

## Istituzioni di Matematiche II

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1998-99

Sessione estiva

8 giugno 1999

1) Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare data da:  $f(x, y, z) = (x + y, 2x - z, 3x + y - z)$ . Trovare la matrice  $M_f$  associata ad  $f$  (relativamente alle basi canoniche). Trovare poi gli autovalori di  $f$ .

2) Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y) = 2xy + x + 3y^2$ . Trovare la matrice hessiana di  $f$ , i punti critici ed eventuali massimi e minimi.

3) Alberto propone a Bruno il seguente gioco: da un mazzo di 52 carte (non truccato) Bruno estrae una carta. Se è un tre, Alberto dà a Bruno 9.000 lire, se è il fante di picche, Alberto dà a Bruno 45.000 lire, altrimenti Bruno dà ad Alberto 2.000 lire. Chi è favorito nel gioco?

4) Scrivere la serie di Fourier per la seguente funzione definita in  $[-\pi, \pi]$  da:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \in ]-\pi/2, \pi/2[ \\ -2 & \text{se } x \in [\pi/2, \pi] \cup [-\pi, -\pi/2] \end{cases}$$

(e prolungata per periodicità ad  $\mathbb{R}$ ).

5) Si risolvano le seguenti equazioni differenziali:

$$y' = 3y \sin(x) + 4 \sin(x); \quad y' = (x^3 + 1)y; \quad y'' - 2y' - 3y = 3x.$$