

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE
CORSO DI LAUREA IN SCIENZE GEOLOGICHE
Test intermedio

25 febbraio 2015

Nome: _____ Cognome: _____ Geologia
S.T.A.N.

Si risponda ai seguenti quesiti. Le risposte devono essere concise, ma giustificate e scritte *solamente* negli spazi riservati.

1. Per quali $x \in \mathbb{R}$ è definita la funzione $y = \log_e(x)$ e chi è la sua inversa?

2. Sia A la matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Trovare la matrice inversa di A e verificare il risultato.

3. Dato il piano π di equazione $3x + 2y + 4z - 6 = 0$, trovare l'equazione in forma parametrica della retta perpendicolare a π e passante per il punto $(2, 1, 1)$.

4. Dato il vettore del piano $v = (2, -1)$, dire quali dei seguenti vettori sono ortogonali a v e quali sono paralleli:

$$v_1 = (2, 2), \quad v_2 = (3, 6), \quad v_3 = (-4, 2),$$
$$v_4 = (1/2, 1), \quad v_5 = (2, -1), \quad v_6 = (4, 0)$$

5. Sia $f :]-\infty, a] \rightarrow \mathbb{R}$ (dove $a \in \mathbb{R}$). Scrivere la definizione di:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

Dare poi un esempio di una funzione $f :]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ per la quale valga il limite sopra scritto.

6. Calcolare i seguenti limiti (giustificando brevemente la risposta):

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3n^2 + n)}{n + \cos(n) + 2}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + 6n} - \sqrt{n^2 + 7n}$$

7. Calcolare i seguenti limiti (giustificando brevemente la risposta):

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 3x + \cos(x)}{3x^3 - 2x + \sin(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x}.$$

8. Sia $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in]a, b[$. Cosa significa che la funzione g è continua in x_0 ?