

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
Simulazione esame scritto

PARTE TEORICA

1. Enunciare il teorema della permanenza del segno per le successioni.
2. Enunciare il teorema che lega il limite della somma di due funzioni reali alla somma dei limiti delle funzioni (quando la variabile x tende ad un valore $x_0 \in \mathbb{R}$).
3. Dare la definizione di matrice invertibile.

ESERCIZI

1. Usando il metodo di Gauss-Jordan, risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ -x - y - z = -4 \\ 2x + y - z = 4 \end{cases}$$

2. Calcolare l'equazione della retta passante per il punto $(1, 2, 1)$ e perpendicolare al piano di equazione $2x - y + z - 2 = 0$.
3. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n(-1)^{n+3} + 2n^2}{3n^2 + 3n + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{2n+1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 4n + 1}{4n^3 + 2n + 1}.$$

4. Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{1 - x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(2x) + \cos(3x) - 1}{\cos(3x) - 1}$$

5. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq 2 \\ 2x + a & \text{se } -1 < x < 2 \\ x + b & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$$

Per quali valori di a e b la funzione è continua in tutto il suo dominio \mathbb{R} ?