

**Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2015–16
Scritto 26 gennaio 2016**

Istruzioni per lo svolgimento:

Il **tema A** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Il **tema B** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11.

Il **tema C** è costituito dagli esercizi 7, 8, 9, 10, 11.

Il **tema D** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8.

Gli studenti dell'anno accademico 2015/16 devono svolgere il tema A.

Gli studenti dell'anno accademico 2014/15 che non hanno superato il test intermedio, devono svolgere il tema B.

Gli studenti dell'anno accademico 2014/15 che hanno superato il test intermedio, devono svolgere il tema C.

Gli studenti degli anni precedenti, devono svolgere il tema D.

Nome:	Cognome:
Anno di Corso:	Esame di:
Geologia o STAN?	CFU:
Indicare il tema scelto:	

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Dare la definizione di punto di massimo (relativo e assoluto) per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
2. Enunciare il teorema di Weierstrass (sull'esistenza di massimi e minimi di funzioni in opportune ipotesi).
3. Enunciare il teorema del confronto per successioni.
4. Dato il piano di equazione $3x + 2y - z + 1 = 0$, trovare l'equazione parametrica della retta ortogonale a tale piano e passante per il punto $(1, -1, 1)$.
5. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 \sin(n) + 1}{2n + 1} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 4n + 5}{3n^2 + 3n + 1},$$

6. Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{4 - x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) + \sin(3x)}{\sin(4x)}$$

7. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{se } x \geq 3 \\ x & \text{se } -3 < x < 3 \\ -x + b & \text{se } x \leq -3 \end{cases}$$

Per quali valori di a e b la funzione è continua in tutto il suo dominio \mathbb{R} ?

8. Sia $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x \sin(x) + \cos(x)$. Effettuare lo studio del suo grafico.
9. Data la funzione $f(x, y) = xy e^{x+y}$, calcolare il suo gradiente, la sua matrice hessiana, trovare i punti critici di f e spiegare perché il punto $(-1, -1)$ è di massimo relativo per f .
10. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int x e^{2x} dx, \quad \int \frac{2x + 1}{x^2 + 1} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{x + 1} dx.$$

11. Sia $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$. Calcolare:

$$\iint_D x^2 \sin(y) dx dy$$