

**Corso di laurea in Geologia  
Istituzioni di matematiche  
a.a. 2016–17  
Scritto 17 gennaio 2017**

**Istruzioni per lo svolgimento:**

Il **tema A** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Il **tema B** è costituito dagli esercizi 8, 9, 10, 11.

Il **tema C** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 6, 7, 8.

Il **tema D** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10.

Gli studenti dell'anno accademico 2016/17 devono svolgere il tema A. Gli altri studenti riceveranno istruzioni.

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Geologia o STAN?

Indicare il tema scelto:

**Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.**

## ESERCIZI

1. Dare la definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo  $I \subseteq \mathbb{R}$ .
2. Enunciare il teorema del confronto utilizzato per calcolare il limite di una funzione.
3. Dare la definizione di funzione crescente in un intervallo  $]a, b[$ .

4. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

calcolare il suo determinante e la sua matrice inversa.

5. Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per il punto  $(0, 0, 1)$  e parallelo ai vettori  $v_1 = (1, -1, 2)$  e  $v_2 = (-1, -1, 0)$ .
6. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n) + n^2}{n^2 + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 4n + 5}{5n^2 + 3n + 1},$$

7. Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^4}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \sin(3x)}{\sin(2x)}$$

8. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = xe^{\frac{1}{x}}; \quad g(x) = \frac{x + \log(x-1)}{x-1}$$

e rispondere alle seguenti domande:

- (a) Quali sono i punti di massimo e minimo di  $f$ ?
  - (b) Dove è definita  $g(x)$ ?
  - (c) per quali valori di  $x$  la funzione  $f$  è continua?
9. Data la funzione  $f(x, y) = x \sin(x - y)$ , calcolare il gradiente di  $f$  e la sua matrice hessiana. Dire poi se il punto  $(0, 0)$  è un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella.
  10. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int x \cos(2x) dx, \quad \int \frac{3x+2}{x^2+1} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx.$$

11. Sia  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$ . Calcolare:

$$\iint_D x \cos(y) dx dy$$