

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2015–16
Scritto 14 giugno 2016

Scegliere gli esercizi da risolvere in accordo con il seguente schema:

	modulo A 6 cfu	modulo B 6 cfu	modulo B 3 cfu	mod. A + mod. B 12 cfu	mod. A + mod. B 9 cfu
Geol.	tema a 1, 2, 3, 4, 5	tema b 6, 7, 11, 12	tema c 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16	tema d 1, 3, 5, 6, 11, 12	- - -
STAN	tema a 1, 2, 3, 4, 5	- -	tema e 6, 7	tema d 1, 3, 5, 6, 11, 12	tema f 1, 3, 5, 6, 7

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Geologia o STAN?

CFU:

Indicare il tema scelto:

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Usando la **definizione** di limite, verificare che vale:

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 3$$

2. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3n) + \cos(4n)}{n^2 + 2n + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^4 + 4n^2 + 5n + 1}{12n^4 + 3n^2 + 3}$$

3. Calcolare i seguenti limini (NON usare la regola di de l'Hospital):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) + \sin(-x)}{\sin(5x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}$$

4. Dato il piano di equazione $4x + 3y + 2z - 1 = 0$, trovare la retta ortogonale a tale piano passante per il punto $(2, 2, 1)$.

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq -1 \\ -x & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ x - 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

dire per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è continua (conviene aiutarsi tracciando un grafico di f).

6. Studiare il grafico della funzione $f(x) = x^2/2 - 2x + 4 \log(x + 3)$.

7. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+1}{x^2+1} dx, \quad \int \frac{x^3}{x^4+1} dx, \quad \int x \cos(2x) dx$$

8. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 4 e punto iniziale $x_0 = 0$ di $f(x) = 2xe^x$.

9. Trovare l'inverso dei seguenti numeri complessi: $1 + \sqrt{3}i$, $(2, -2\sqrt{3})$.

10. Data la funzione $f(x, y) = 2xy^3 + \sin(xy)$ e il vettore $u = (4, 3)$, calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}$, dove v è il versore che ha la stessa direzione e verso di u .

11. Quanti e quali punti di minimo (relativo) ha la funzione $g(x, y) = x^4 + y^2 + 2y + 3$?

12. Calcolare

$$\iint_D (x + 3y) dx dy$$

dove D è il triangolo che ha per vertici i punti del piano di coordinate $(0, 0)$, $(0, 2)$ e $(2, 0)$.

13. Dare la definizione di dominio $D \subseteq \mathbb{R}^2$ normale rispetto all'asse x .

14. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e sia (x_0, y_0) un punto del dominio di f . Come è definita la derivata parziale di f nel punto (x_0, y_0) rispetto alla variabile x ?

15. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua con derivate parziali prime e seconde continue. Quali condizioni si conoscono per capire se un punto (x_0, y_0) del dominio di f è un punto di massimo relativo?

16. Sia $D \subseteq \mathbb{R}^2$ un dominio normale rispetto all'asse y . Sia $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Quale formula si conosce per calcolare $\iint_D f(x, y) dx dy$?