Università degli Studi di Trieste
Dipartimento di Matematica e Geoscienze
a.a. 2016–17

Istituzioni di Matematiche
Corsi di studio: Geologia e S.T.A.N.
6 c.f.u.

docente: Alessandro Logar

Introduzione al Corso. Numeri naturali ($\mathbb{N}$), numeri interi ($\mathbb{Z}$), numeri razionali ($\mathbb{Q}$), numeri reali ($\mathbb{R}$). Proprietà. Assiomi che definiscono i numeri reali. La retta reale, intervalli (aperti, chiusi, semiaperti, ecc.). Il valore assoluto di un numero reale.
Funzioni. Funzioni iniettive, suriettive, biiettive, funzioni invertibili, la funzione inversa di una funzione. Funzioni reali crescenti, decrescenti, strettamente crescenti e strettamente decrescenti. Costruzione della potenza di un numero reale. Proprietà delle potenze. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Funzione seno, coseno, tangente e loro inverse.
Matrici. Sistemi lineari, matrici associate ad un sistema lineare. Operazioni elementari con le matrici (scambio di righe o colonne, aggiunta ad una riga o colonna di un'altra riga o colonna moltiplicata per uno scalare). Il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan. Operazioni con le matrici: prodotto di una matrice per uno scalare; prodotto righe per colonne tra matrici. Matrici quadrate. Il prodotto di matrici quadrate non è commutativo. Matrici quadrate invertibili. Risoluzione di un sistema lineare $AX = B$ quando A è una matrice quadrata di cui si conosce l'inversa. Calcolo della matrice inversa con le operazioni elementari applicate alla matrice $(A \mid I)$. Determinante di una matrice quadrata. Formula esplicita per matrici quadrate ordine 2 e 3 (e 1). Una matrice è invertibile se e solo se il suo determinante è non nullo.
Vettori. Vettori nel piano. Vettori liberi e vettori applicati. Modulo (o intensità) di un vettore. Coordinate di un vettore nel piano. Somma di vettori: con la regola del parallelogramma e per mezzo delle coordinate (le coordinate del vettore somma di due vettori sono date dalla somma delle coordinate dei vettori addendi). Prodotto di un vettore per uno scalare (le coordinate di un vettore moltiplicato per uno scalare sono le coordinate del vettore moltiplicate per lo scalare).
Vettori nello spazio. Operazioni con i vettori nello spazio: la somma di due vettori nello spazio ha per coordinate la somma delle coordinate dei due addendi. Prodotto di un vettore per uno scalare: si ottiene moltiplicando le coordinate del vettore per lo scalare (come nel caso piano). Il modulo di un vettore (nel piano e nello spazio) espresso attraverso le sue coordinate. Prodotto scalare di vettori: è definito come il prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo tra essi compreso. Il prodotto scalare di due vettori risulta essere la somma del prodotto delle coordinate dei vettori. Vettori ortogonali (nel piano e nello spazio).
Equazione di rette e piani. Equazione cartesiana o implicita della retta nel piano. Retta passante per un punto dato e parallela ad un vettore dato.

Equazione parametrica della retta nel piano. Equazione parametrica di una retta passante per due punti dati. Passaggio dall'equazione parametrica all'equazione della retta in forma implicita. Angolo tra due rette nel piano. Rette ortogonali nel piano. Interpretazione geometrica dei sistemi lineari di due equazioni in due incognite. Equazione cartesiana del piano nello spazio. Equazione parametrica del piano nello spazio. Equazione della retta nello spazio, in forma cartesiana e in forma parametrica.

Successioni e limiti. Successioni di numeri reali. La successione di Fibonacci. Le successioni definite per ricorrenza. Definizione del limite di una successione. Definizione di successione divergente. Unicità del limite, il limite della somma, del prodotto e del rapporto di due successioni è dato, rispettivamente, dalla somma, dal prodotto e dal rapporto dei limiti delle due successioni (nell'ultimo caso se i denominatori sono non nulli). Il limite della potenza d-ima e della radice d-ima di una successioneè la potenza d-ima o rispettivamente la radice d-ima del limite della successione. Forme indeterminate. Calcolo di limiti di successioni che si presentano con forme indeterminate. Interesse composto e la costante di Eulero (Nepero): il limite della successione $(1 + 1/n)^n$. Numeri periodici: conversione di un numero periodico in forma decimale in frazione. Il teorema del confronto tra successioni: se tre successioni sono tali che una delle tre è maggiorata e minorata dalle altre due che hanno uno stesso limite l, allora anche la successione considerata ha anche per limite l. Il teorema del confronto per due successioni nel caso in cui una delle due abbia per limite infinito.

Limiti di funzioni. Definizione di limite nelle varie accezioni: limite di una funzione (finito o infinito) quando la variabile tende ad un valore (finito o infinito). Limite destro e limite sinistro. Legame tra limite, e limite destro e limite sinistro. Teoremi sui limiti di funzioni. Limiti della somma, del prodotto, del rapporto di funzioni: il limite della somma è la somma dei limiti, analogamente per il prodotto e per il rapporto, quando il denominatore è non nullo. Forme indeterminate. Il teorema del confronto.

Funzioni continue. Funzioni continue in un punto interno ad un intervallo, funzioni continue in uno dei due estremi dell'intervallo. Funzioni continue in un intervallo. Somma, prodotto, rapporto di funzioni continue danno luogo a funzioni continue (nel caso del rapporto, la funzione a denominatore deve essere non nulla). Esempi di funzioni continue. Tutte le funzioni espresse con dei polinomi o con dei rapporti di polinomi sono continue. La funzione ottenuta componendo due funzioni continue è ancora continua. Le funzioni *seno, coseno, logaritmo, esponenziale* ed *elevamento a potenza* sono continue. Limiti notevoli: la funzione $\sin(x)/x$. La costante di Eulero. Esempi di calcolo di limiti di funzioni che si presentano con forme indeterminate.

Teoremi sulle funzioni continue. Il teorema degli zeri per funzioni continue (se f è una funzione continua in $[a, b]$ e se $f(a) < 0$ e $f(b) > 0$ (o viceversa), allora esiste almeno uno zero di f in $]a, b[$. Tale zero si può calcolare con l'approssimazione voluta usando il metodo dicotomico. Massimi e minimi locali e globali per funzioni definite in un intervallo. Teorema di Weierstrass per le funzioni continue (una funzione continua in un intervallo $[a, b]$ ha sempre massimo e minimo assoluto). Teorema dei valori intermedi (se $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ è continua e se m e M sono il minimo e il massimo che f assume in $[a, b]$, allora $f(x)$ assume tutti i valori possibili tra m ed M).

Testi consigliati.

Michiel Bertsch, *Istituzioni di matematica*, Bollati Boringhieri.

Anna Maria Bigatti, Lorenzo Robbiano, *Matematica di base*, Casa editrice Ambrosiana.

Marco Abbate, *Matematica e Statistica, le basi per le scienze della vita*, McGraw-Hill.