

**Corso di laurea in Geologia**  
**Istituzioni di matematiche**  
**Esercizi n. 7**

1. Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = x^2 + x + 1$  nel punto  $x_0 = 1$  usando la definizione di derivata.
2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni (nell'insieme dove sono definite):

(a) Regole somma, prodotto, rapporto di derivate:

$$f(x) = 4x^4 + 3x^2 - 3x + 3, \quad f(x) = \frac{x+2}{3x-1}, \quad f(x) = \frac{3x^2 - x - 1}{5x^2 - 1}$$

(b) Derivate di funzioni elementari:

$$f(x) = \sin(x) \cos(x), \quad f(x) = e^x(\sin(x) - \cos(x)), \quad f(x) = \frac{\tan(x)}{\sin(x)}$$

$$f(x) = x \arcsin(x), \quad f(x) = 3x^3 \log(x) - x^3,$$

$$f(y) = 2 \arctan(y) - \log(y^2 + 1)$$

$$f(z) = z^2 + z + 4 \log(z), \quad f(x) = (x^2 + 3x)e^x.$$

(c) Funzioni composte:

$$f(x) = \sin^2(4x), \quad f(x) = 2 \cos(7x) + 7 \cos(x), \quad f(x) = e^{4x^2},$$

$$f(x) = f(x) = x + 2 \log(x-1), \quad f(x) = \frac{e^{2x+1}}{e^{x+2}}, \quad f(x) = \log(\cos(3x))$$

(d) Radici:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}, \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2}, \quad g(u) = \sqrt{u+1} \sqrt[3]{u+1}$$

3. Trovare la retta tangente al grafico della funzione  $y = x^3 - x + 1$  nel punto di ascissa  $x_0 = -1$ .
4. Trovare le rette tangenti al grafico della funzione  $f(x) = x^2 + 4x - 2$  e passanti per il punto  $(2, -2)$ .
5. Trovare la retta ortogonale al grafico della funzione  $g(z) = 2 \sin(z) \cos(z)$  nel punto di ascissa  $\pi$ .
6. Data la funzione  $y = \frac{x+1}{x}$ , dire dove esiste la sua inversa, trovarla e calcolare la sua derivata usando l'informazione che si tratta di una funzione inversa. Verificare il risultato usando le regole di derivazione.