

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
Esercizi n. 6

1. Integrali indefiniti (immediati dalle formule):

$$\int 8x^3 + 6x, \quad \int (\sin(x) + 2\cos(x)) dx \quad \int \frac{1}{x^2} dx, \quad \int \frac{4}{x^3} dx.$$

Risp.:

$$2x^4 + 3x^2 + c, \quad -\cos(x) + 2\sin(x) + c, \quad -\frac{1}{x} + c, \quad -\frac{2}{x^2} + c.$$

2. Integrali indefiniti (immediati dalle formule):

$$\int \frac{3}{\cos^2(x)} dx, \quad \int \sqrt{x^3} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

Risp.:

$$3 \tan(x) + c, \quad \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + c, \quad \arcsin(x) + c$$

3. Formula $\int (f'(x)/f(x)) dx = \log(|f(x)|) + c$:

$$\int \frac{3x}{x^2 + 8} dx \quad \int \frac{\sin(x)}{\cos(x) + 2} dx \quad \int \frac{1 + \sin(x)}{x - \cos(x)} dx.$$

Risp.:

$$\frac{3}{2} \log(x^2 + 8) + c, \quad -\log(\cos(x) + 2) + c, \quad \log|x - \cos(x)| + c$$

4. Integrazione per parti:

$$\int 2x \sin(x) dx, \quad \int x \log(x) dx, \quad \int x^2 e^x dx.$$

Risp.:

$$-2x \cos(x) + 2 \sin(x) + c, \quad \frac{1}{2} x^2 \log(x) - \frac{1}{4} x^2 + c, \quad (x^2 - 2x + 2)e^x + c.$$

5. Formula $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = F(g(x)) + c$:

$$\int \sin(4x) dx, \quad \int x^2 \cos(x^3) dx, \quad \int x \log(x^2 + 2) dx$$
$$\int \frac{2x}{1+x^4} dx, \quad \int \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}} dx \quad \int x\sqrt{x^2+2} dx.$$

Risp.:

$$-\frac{1}{4} \cos(4x) + c, \quad \frac{1}{3} \sin(x^3) + c, \quad -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}(x^2 + 2) \log(x^2 + 2) - 1 + c$$
$$\arctan(x^2) + c, \quad \arcsin(x^2) + c, \quad \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c.$$

6. Miscellanea:

$$\int \frac{x+3}{x+5} dx, \quad \int (x+2) \sin(3x) dx, \quad \int (x-1)e^{2x+3} dx$$

Risp.:

$$x - 2 \log(x+5) + c, \quad -\frac{1}{3}x \cos(3x) - \frac{2}{3} \cos(3x) + \frac{1}{9} \sin(3x) + c, \quad \frac{1}{4}(2x-3)e^{(2x+3)} + c.$$

7.

$$\int_1^2 (6x^2 + 18x + 2) dx, \quad \int_0^\pi \sin(x) dx.$$

Risp. 43, 2.

Esempi di domande di carattere teorico:

1. Dare la definizione di funzione derivabile in un punto x_0 .
2. Enunciare il teorema di Fermat.
3. Enunciare il teorema di Lagrange.
4. Dare la definizione di funzione primitiva di una funzione $f(x)$.
5. Se $F(x)$ e $G(x)$ sono funzioni primitive di $f(x)$, che legame c'è tra $F(x)$ e $G(x)$?
6. Che legame c'è tra derivabilità e continuità di una funzione in un punto?
7. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.