

### Esempio di domande per il test intermedio.

Rispondere alle seguenti domande. Le risposte vanno giustificate in modo sintetico.

1. Siano  $f$  e  $g$  due funzioni tali che  $f, g : I \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$  (dove  $I$  è un intervallo di  $\mathbb{R}$  e  $x_0$  è un punto interno ad  $I$ ) e sia  $g(x) < f(x)$  per ogni  $x \in I \setminus \{x_0\}$ . Cosa si può dire del  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ?

2. Sia

$$a_n = \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + 3n - 1}$$

Quanto vale  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ ?

3. Scrivere l'enunciato preciso del teorema che lega il limite (per  $n \rightarrow +\infty$ ) di una successione  $a_n$  e una successione  $b_n$  con il limite della successione  $a_n + b_n$ .
4. Sia  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  e sia  $g(x) \geq f(x) + x$ . Quanto vale il seguente limite:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ?
5. Dare un esempio di una successione  $a_n$  tale che  $a_n \rightarrow +\infty$ , una successione  $b_n$  tale che  $b_n \rightarrow +\infty$  e tale che valga:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 2$$

e un altro esempio con le stesse ipotesi, ma in cui il limite vale  $+\infty$ .

6. Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} \quad \lim_{n \rightarrow 2} \frac{x\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

7. Dare la definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ .
8. Dato il vettore  $v = (4, 3)$  trovare tutti i vettori ortogonali a  $v$  e di modulo 5.
9. Verificare, usando la definizione di limite, che vale:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n+1} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^2} = +\infty$$

10. Dare la definizione di vettori ortogonali in  $\mathbb{R}^3$ .