

Compito Analisi Matematica II

Corso di Laurea in Fisica

8 settembre 2015

1. Determinare, se esiste,

$$\min_C f$$

dove

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2(1 - z^2), z = x + y\}$$

$$\text{e } f(x, y, z) = -(2xy + z^2 - z^4).$$

2. Sia

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Calcolare il volume e il baricentro di C e

$$\iiint_C e^{x^2+y^2+z^2} x^2 z dx dy dz.$$

3. Risolvere uno, e uno solo, dei seguenti esercizi.

- (a) Trovare l'integrale generale e risolvere il corrispondente problema di Cauchy:

$$y' = \frac{y^2 + 2ty - 2t^2}{t^2}, \quad t \neq 0.$$

Condizioni iniziali: $y(1) = 0$

La soluzione del problema di Cauchy è unica? Se sì, determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione del problema di Cauchy.

- (b) Trovare la soluzione generale della seguente equazione differenziale lineare non omogenea del secondo ordine e risolvere il corrispondente problema di Cauchy:

$$y'' - 2y' + 2y = 1.$$

Condizioni iniziali: $y(0) = 1/2, y'(0) = 1$