Analisi Matematica II

Corso di Laurea in Fisica

12 CFU

Prof. Martino Prizzi e Prof. Luca Rondi

Programma — anno accademico 2016/2017

Parte A (3CFU) – Prof. Martino Prizzi

1) Serie numeriche

Definizione di serie. Serie convergenti, divergenti e indeterminate. Test di Cauchy. Somma di due serie e prodotto per un numero fissato. Serie telescopiche. Serie geometriche. Serie armonica e serie armoniche generalizzate. Serie a termini non negativi. Convergenza assoluta. Criteri per le serie a termini non negativi (confronto, confronto generalizzato, confronto asintotico, rapporto, radice, condensazione). Criterio di Leibniz per serie a segni alterni. Serie armonica a segni alterni. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Serie di Taylor. Criteri di analiticità. Serie di Taylor di alcune funzioni notevoli.

2) Calcolo integrale in una dimensione

Partizioni di un intervallo limitato. Somme integrali superiori ed inferiori di una funzione limitata su un intervallo limitato. Definizione di funzione integrabile e del suo integrale. Criterio di integrabilità. Proprietà di base delle funzioni integrabili e dell'integrale (linearità, additività, monotonia, teorema della media integrale). Funzione integrale di una funzione integrabile. Primo teorema fondamentale del calcolo. Definizione di primitiva di una funzione. Secondo teorema fondamentale del calcolo. Caratterizzazione dell'insieme delle primitive di una funzione e definizione di integrale indefinito. Tecniche di calcolo di integrali indefiniti. Integrazione per parti e per sostituzione (diretta e inversa). Integrazione delle funzioni razionali e delle frazioni trigonometriche.

Parte B (9CFU) – Prof. Luca Rondi

1) Richiami sugli spazi metrici e preliminari

Funzioni di più variabili reali a valori vettoriali: continuità. Spazio delle funzioni continue su un compatto e norma lagrangiana. Norma delle applicazioni lineari. Funzioni Lipschitziane e principio delle contrazioni.

2) Calcolo differenziale in più variabili

Derivate direzionali e derivate parziali. Funzioni differenziabili, differenziale di una funzione. Matrice Jacobiana e gradiente. Sottospazio (affine e vettoriale) tangente e approssimante lineare. Il teorema del differenziale totale. Differenziale della funzione composta. Teorema del valor medio e sue conseguenze. Derivate successive. Matrice Hessiana. Il teorema di Schwarz (senza dimostrazione). Funzioni di classe C^k. Polinomi in più variabili. Formula di Taylor. Condizioni necessarie per massimi e minimi locali: equazione di Eulero. Condizioni sufficienti per massimi e minimi locali. Teorema delle funzioni implicite o del Dini, caso $N = 2$. Teorema delle funzioni implicite, caso generale (senza dimostrazione). Proprietà geometriche del gradiente e degli insiemi di livello. Problemi di massimo e minimo. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

3) Integrali multipli

Definizione di integrale multiplo secondo Riemann e sue proprietà. Misura di Peano-Jordan. Insiemi misurabili e insiemi di misura nulla. Funzioni generalmente continue e loro integrabilità. Teorema di riduzione. Principio di Cavalieri. Integrazione per fili e per strati. Volume dei solidi di rotazione. Domini normali e integrazione sui domini normali. Teorema di cambiamento di variabili (senza dimostrazione). Coordinate polari nel piano e coordinate sferiche e cilindriche nello spazio. Teorema di Guldino. Applicazioni: calcolo di baricentri e momenti di inerzia.

4) Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni e sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Riduzione di un'equazione scalare di ordine n a un sistema del primo ordine. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza di Peano (senza dimostrazione). Teorema di esistenza e unicità locale. Lemma di Gronwall. Soluzioni massimali. Teorema di unicità globale. Teorema di uscita delle soluzioni dal compatto (senza dimostrazione). Teorema di esistenza globale. Metodi di integrazione per equazioni differenziali del primo ordine: equazioni lineari, di Bernoulli, a variabili separabili. Equazioni o sistemi di equazioni differenziali lineari. Metodo di variazione delle costanti. Equazioni differenziali lineari scalari di ordine n a coefficienti costanti.

Testi consigliati

E. Giusti, Analisi Matematica 1 e 2, terza edizione, Bollati Boringhieri, 2002 e 2003.

E. Giusti, Esercizi e complementi di analisi matematica, volume primo e secondo, Bollati Boringhieri, 1991 e 1992.

M. Bramanti, C.D. Pagani e S. Salsa, Analisi matematica 1 e 2, Zanichelli, 2008 e 2009.

W. Rudin, Principi di Analisi Matematica, McGraw-Hill, 1991.