Analisi Matematica II

Corso di Laurea in Fisica

12 CFU

Prof. Martino Prizzi e Prof. Luca Rondi

Programma — anno accademico 2014/2015

Parte A (3CFU) – Prof. Martino Prizzi

1) Numeri complessi

Rappresentazione in forma trigonometrica dei numeri complessi. Modulo, argomento principale, insieme degli argomenti. Moltiplicazione in forma trigonometrica. Notazione di Eulero. Radici n-esime.

2) Serie numeriche

Definizione di serie. Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Studio completo della serie geometrica. Test per la convergenza. Serie a termini positivi. Serie assolutamente convergenti. Assoluta convergenza implica convergenza. Serie telescopiche. Criteri di convergenza per serie a termini positivi: criterio del confronto e del confronto generalizzato; criterio del confronto asintotico; criterio della radice; criterio del rapporto; criterio di condensazione di Cauchy. Studio completo della serie armonica generalizzata. Criterio di Leibniz per serie a segni alterni. Studio della serie armonica a segni alterni.

3) Serie di potenze

Nozioni di base sul concetto di limsup. Definizione di serie di potenze. Raggio di convergenza e formula per calcolarlo. Serie di Taylor. Esempio di funzione non sviluppabile in serie di Taylor. Condizioni per la sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi in serie di alcune funzioni elementari.

4) Integrale di Riemann in una dimensione

Partizioni di un intervallo. Somme di Riemann. Definizione di funzione integrabile e di integrale. Esempio di funzione non integrabile. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni continue, continue a tratti e monotone. Proprietà dell'integrale: linearità additività, monotonia. Teorema della media integrale. Integrabilità della composizione di una funzione continua con una funzione integrabile. Conseguenze e corollari. Definizione di funzione integrale. Primo teorema fondamentale del calcolo. Definizione di primitiva e struttura dell'insieme delle primitive. Secondo teorema fondamentale del calcolo. Tecniche di integrazione: integrazione diretta; integrazione per parti; integrazione per sostituzione diretta e inversa. Integrazione delle funzioni razionali: fratti semplici e loro primitive; scomposizione in fratti semplici; trattazione completa della primitivazione delle funzioni razionali.

Parte B (9CFU) – Prof. Luca Rondi

1) Richiami sugli spazi metrici e preliminari

Funzioni di più variabili reali a valori vettoriali: continuità. Spazio delle funzioni continue e limitate. Applicazioni lineari e limitate e loro norma. Funzioni Lipschitziane e principio delle contrazioni.

2) Calcolo differenziale in più variabili

Derivate direzionali e derivate parziali. Funzioni differenziabili, differenziale di una funzione. Matrice Jacobiana e gradiente. Sottospazio (affine e vettoriale) tangente e approssimante lineare. Il teorema del differenziale totale. Differenziale della funzione composta. Teorema del valor medio e sue conseguenze. Derivate successive. Matrice Hessiana. Il teorema di Schwarz (senza dimostrazione). Funzioni di classe C^k. Polinomi in più variabili. Formula di Taylor. Problemi di massimo e minimo. Condizioni necessarie per massimi e minimi locali: equazione di Eulero. Condizioni sufficienti per massimi e minimi locali. Teorema delle funzioni implicite o del Dini, caso $N = 2$. Teorema delle funzioni implicite, caso generale (senza dimostrazione). Teorema di inversione locale (senza dimostrazione). Proprietà geometriche del gradiente e insiemi di livello. Problemi di massimo e minimo vincolato. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

3) Integrali multipli

Definizione di integrale multiplo secondo Riemann e sue proprietà. Misura di Peano-Jordan. Insiemi misurabili e insiemi di misura nulla. Funzioni generalmente continue e loro integrabilità. Teorema di riduzione. Principio di Cavalieri. Integrazione per fili e per strati. Volume dei solidi di rotazione. Domini normali e integrazione sui domini normali. Teorema di cambiamento di variabili (senza dimostrazione). Coordinate polari nel piano e coordinate sferiche e cilindriche nello spazio. Applicazioni: calcolo di baricentri e momenti di inerzia. Teorema di Guldino.

4) Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni e sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Riduzione di un'equazione scalare di ordine n a un sistema del primo ordine. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza di Peano (senza dimostrazione). Teorema di esistenza e unicità locale. Soluzioni massimali. Lemma di Gronwall. Teorema di unicità globale. Teorema di uscita delle soluzioni dal compatto (senza dimostrazione). Teorema di esistenza globale. Metodi di integrazione per equazioni differenziali del primo ordine: equazioni lineari, di Bernoulli, a variabili separabili e omogenee.

Testi consigliati

E. Giusti, Analisi Matematica 1 e 2, terza edizione, Bollati Boringhieri, 2002 e 2003.

E. Giusti, Esercizi e complementi di analisi matematica, volume primo e secondo, Bollati Boringhieri, 1991 e 1992.

M. Bramanti, C.D. Pagani e S. Salsa, Analisi matematica 1 e 2, Zanichelli, 2008 e 2009.

W. Rudin, Principi di Analisi Matematica, McGraw-Hill, 1991.