Esercizi Analisi 3 - modulo A

Anno accademico 2017-2018

Foglio 7

1. **P** Per ognuna delle seguenti funzioni $f : C \subset \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$, determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
   (a) $f(x, y) = e^{xy} + xy$ e $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + 2y^2 \le 1\}$
   (b) $f(x, y) = y^2 - \sqrt{6}x^2$ e $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \in [-1, 1],\ x^2 - 1 \le y \le 1 - x^4\}$ oppure $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \in [-1, 0],\ x^2 - 1 \le y \le 1 - x^4\}$
   (c) $f(x, y, z) = 2y^3 - 3y^2 + x^2 - z^2$ e $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + z^2 \le 9\}$

2. **P** Risolvere i seguenti problemi di minimo vincolato. Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
   (a) $f(x, y) = |y| - |x|$ e $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + y^2 - 2y = 0\}$
   (b) $f(x, y) = -x^2 - x - y^2$ e $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ y + 2yx = 1,\ x \in [-2, -1] \cup [0, 1]\}$
   (c) $f(x, y, z) = x - 2y - 2z^2$ e $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + 2y^2 + z^2 = 1\}$
   (d) $f(x, y, z) = x + y^2 - z^2$ e $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ e } y - 2z = 0\}$

3. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ 4(x^2 + y^2) \le z^2,\ 0 \le z \le 1\}$$
e $f(x, y, z) = x(z - 1/2)^2$.

4. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1,\ z = y^2\}$$
e $f(x, y, z) = -(x^2 + z)$.

5. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^4 + z^4 \le 1\}$$
e $f(x, y, z) = -x^2 + y - z$.

6. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$$
e $f(x, y, z) = (x^4 + y^4)(z - 1)$.

7. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$$
e $f(x, y, z) = x^3 - y^2 + z^2$.

8. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$
e $f(x, y) = -x\sqrt{1 - xy}$.

9. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 = z^2(1 - z^2), \; z = x + y\}$$
e $f(x, y, z) = -(2xy + z^2 - z^4)$.

10. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \; z \geq y\}$$
e $f(x, y, z) = (z - y)^2 x$.

11. **P** Determinare, se esiste,
$$\min_C f$$
dove
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 + z^2 = 2, \; y = z^3\}$$
e $f(x, y, z) = y^2 z$.

Legenda:
T esercizio teorico; **P** esercizio pratico; **F** esercizio facoltativo; $*$ esercizio difficile