

Campo di definizione e limiti

Determinare il dominio e il segno delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 3; \quad f(x) = x^4 - 4x^2; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$f_1(x) = \frac{3}{x-2} \quad f_2(x) = \frac{3x-4}{2-x^2} \quad f_3(x) = \frac{x^2-x}{x^2-4x+4}$$

$$f_4(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1} \quad f_5(x) = \sqrt{4-x^2} \quad f_6(x) = \sqrt{2x-3} - \sqrt{2x+3}$$

$$f_7(x) = \sqrt{x^2-3x+2} \quad f_8(x) = \frac{4x-3}{|x|+2}$$

Verificare i seguenti limiti mediante la definizione di limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x+3) = 5 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x+1} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x+3} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+1} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-4}{1-5x} = -\frac{3}{5} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{x+1} = +\infty$$

Basandosi sulla definizione di continuità calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7}{x+1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{\sqrt{x+3}} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x} - \sqrt{x^2-3})$$

Tenendo conto che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ dimostrare che:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin nx}{\sin mx} = \frac{n}{m} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{2(x-1)} = \frac{1}{2}$$

Tenendo conto che $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ dimostrare che a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x+1})^x = e$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = \frac{1}{e}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{x+k} = e$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{-x} = e$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{ax+b})^x = e^{\frac{1}{a}} (a \neq 0)$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{kx} = e^k$ g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

Calcolare i seguenti limiti di funzioni razionali:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{2x^2-5x+6} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{2x^2-5x+6} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{2x-5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-1}{2x-5} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5-1}{2x-5} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5-1}{2x-5} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5-1}{2x-5}$$