

Problemi di Calcolo

1.) Partizione di un Insieme

Su una popolazione di 10000 individui adulti sono stati individuati 1100 cardiopatici e 2000 che non svolgono attività fisica (sedentari). 700 sono sedentari cardiopatici. Creare la partizione dei dati osservati.

2) Tavole di Contingenza.

Si vuole determinare l'efficacia di un vaccino somministrandolo a 1100 individui di una comunità di 10000 persone.

	Frequenze osservate		
	Non si amm.	Si ammala	Totale
Gruppo A (vaccino si)	700	400	1100
Gruppo B (vaccino no)	1300	7600	8900
Totale	2000	8000	10000
	Frequenze Teoriche		
	Non si amm.	Si ammala	Totale
Gruppo A (vaccino si)	1000	4000	5000
Gruppo B (vaccino no)	1000	4000	5000
Totale	2000	8000	10000

	Probabilità		
	Non si amm.	Si ammala	Totale
Gruppo A (vaccino si)	7	4	11
Gruppo B (vaccino no)	13	76	89
Totale	20	80	100

$$p: 0,0318182$$

	Probabilità		
	Non si amm.	Si ammala	Totale
Vaccino			
Gruppo A (vaccino si)	a_{11}	a_{12}	$a_{1.}$
Gruppo B (vaccino no)	a_{21}	a_{22}	$a_{2.}$
Totale	$a_{.1}$	$a_{.2}$	$a_{..}$

$$R_o \ a_{11}/(a_{.1} \cdot a_{.1})$$

Con il test del χ^2 si trova:

$$(700-1000)^2/1000 + (1300-1000)^2/1000 + (400-4000)^2/4000 + (7600-4000)^2/4000 = 66,6$$

3) Distribuzioni di probabilità.

a) Binomiale. Se la probabilità che un vaccino immunizzi una cavia da un certo virus è di $p = 0,6$ calcolare quale numero di non infettati possiamo attenderci su un gruppo di 24 animali.

In una gabbia di 5 animali, quale è la probabilità che tutti, uno o nessuno vengano infettati?

b) Poisson. Se la probabilità che un individuo sia allergico ad un vaccino è 0,001 determinare la probabilità che su 2000 individui: a) esattamente 1, b) più di 2 siano allergici al vaccino stesso.

4) Variabili standardizzata.

Se la distribuzione G dei trigliceridi di un individuo sano è normale con media $\mu = 110$ mg/ml e scarto quadratico medio $s = 30$ calcolare i valori standard per le quantità $G_1 = 90$, $G_2 = 120$, $G_3 = 170$ e calcolare la probabilità che sia $G > 170$ oppure $G < 90$.

5) Intervalli di confidenza.

Il valor medio peso di 100 studenti maschi dell'Università di Trieste è di 67,45 kg e varianza 8,5275. Determinare l'intervallo di confidenza al 90%, 95% e 99% per la media della popolazione.

$$s'^2 = \frac{n}{n-1} s^2$$

I limiti di confidenza al 95% sono $\bar{X} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 67,45 \pm 1,96 * \frac{2,93}{\sqrt{100}} = 67,45 \pm 0,57$

6) Test statistici basati sulla distribuzione Normale

a) Differenza tra medie

Un tema d'esame è stato dato a due classi composte da 40 e 50 studenti. Il voto medio della prima classe è stato 74 e SQM 8. Nella seconda classe il voto medio è stato di 78 e lo SQM 7. C'è differenza significativa tra le due classi al livello di significatività a) dello 0,05; b) dello 0,01?

$$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}$$

7) Test statistici per piccoli campioni:

a) Test t di Student per il confronto tra medie

I quozienti di intelligenza (IQ) di 16 studenti provenienti da un certo rione della città hanno avuto una media di 107 ed SQM 10 mentre i 14 studenti di un altro quartiere hanno indicato IQ medio 112 e SQM = 8. Esiste una differenza significativa tra gli IQ dei due gruppi ad un livello di significatività dello a) 0,01 e b) 0,05?

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}} \quad \text{dove} \quad \sigma = \sqrt{\frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}}$$

b) Test del χ^2 per il confronto tra medie teoriche e osservate.

Trovare sulle tabelle i valori critici per il test del χ^2 per l'area di 0,05 se il numero dei gradi di libertà è di a) 15; b) 21; c) 50;