

## Funzioni di 2 variabili

Calcolare le derivate parziali prime delle seguenti funzioni:

$$f_1(x,y) = x^3 + 5x^2y - 3xy^2 + y^3 + 5 \quad f_2(x,y) = x^3y - 5x^2y^2 - xy^2 + xy^2 + 1$$

$$f_3(x,y) = x^2y^2 + xy - 3xy^2 + y^2 - 7 \quad f_4(x,y) = x^2 + 2x^2y - 3xy^2 + y^2$$

$$f_5(x,y) = e^{4xy} \quad f_6(x,y) = (x^2 - y)/3xy^2 \quad f_7(x,y) = \sqrt[3]{4xy^3 - 10}$$

Calcolare le derivate parziali seconde delle seguenti funzioni:

$$f_1(x,y) = 5x^2y \quad f_2(x,y) = \ln(x^2y) \quad f_3(x,y) = 3x^2 - 5x^2y + 2y^2$$

$$f_3(x,y) = e^{x^2+y^2} \quad f_4(x,y) = 10x^2y^3$$

Calcolare il determinante Hessiano delle seguenti funzioni:

$$f_1(x,y) = 3x^3y^2 \quad f_2(x,y) = 10x^3 - 15y^3 + 10x^2y$$

$$f_3(x,y) = e^y \ln x$$

Calcolare i punti critici delle funzioni e determinare la loro natura:

$$f_1(x,y) = 4x^2 - 12x + y^2 + 2y - 10 \quad f_2(x,y) = -2x^2 + 24x - y^2 + 30y$$

$$f_3(x,y) = 2x^2 + 4xy - x^2y - 4x \quad f_4(x,y) = -x^2 - x^3 - 12y^2$$

L quantità annuale di vendita di un prodotto di farmaceutico  $z$  dipende dalle spese di pubblicità in televisione  $x$  e in radio  $y$  secondo la relazione:

$$z = 40000x + 60000y - 5x^2 - 10y^2 - 10xy$$

Determinare l'ammontare di spese per TV e radio che massimizza le vendite.

Una compagnia vende due prodotti. Il ricavo totale delle vendite  $R(x,y)$  dipende dalle quantità vendute dei due prodotti  $x, y$  secondo la funzione:

$$R = 30000x + 15000y - 10x^2 - 10y^2 - 10xy$$

Quale quantità di  $x$  e  $y$  massimizza il ricavo?

Una industria farmaceutica vende due prodotti le cui vendite sono legate tra loro. La funzione della domanda di ciascuno è:

$$q_1 = 110 - 4p_1 - p_2 \quad q_2 = 90 - 2p_1 - 3p_2$$

Determinare i prezzi  $p_1$  e  $p_2$  che massimizzano i ricavi.

$$(N.B. R(p_1, p_2) = q_1 p_1 + q_2 p_2)$$