

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
A.a. 2007-2008, sessione estiva, III appello

Corso:      OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>
COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____
Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :            1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>

**ESERCIZIO N. 1.** Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$2\bar{z} \neq iz|z|,$$

dove  $\bar{z}$  e  $|z|$  indicano rispettivamente il coniugato e il modulo del numero complesso  $z$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{x \in \mathbb{Q} : \operatorname{tg} x \geq 1\} \cap [0, 2\pi].$$

(i) Si determinino

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$  :

• l'insieme dei punti isolati di  $E$  :

• l'insieme dei punti interni di  $E$  :

(ii) Si dica se esistono  $\min E$  e  $\max E$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si discuta, usando i limiti notevoli, l’esistenza del

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos(\sin x)}}{\arcsin x}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = x^{-2} \log x.$$

Si determinino

- il dominio di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di  $f'$ :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

- $f''(x) =$

- i segni di  $f''$ :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di  $f$ :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si determini  $\lambda \in \mathbb{R}$  in modo che

$$\int_0^{+\infty} x e^{\lambda x} dx = 4.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri, per  $x \geq 0$ , la funzione

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} e^{t^2} dt - \int_1^2 e^{t^2} dt.$$

(i) Si determini, giustificando la risposta,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(ii) Si calcoli  $f'(x)$  e se ne determini il segno.

(iii) Si determini l'immagine di  $f$  e si provi che  $f$  è invertibile.

(iv) Si determini la retta tangente al grafico di  $f^{-1}$  nel punto  $(0, 1)$ .