

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
A.a. 2007-2008, sessione estiva, I appello

Corso:      OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>	
COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
Anno di Corso _____	Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :            1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>	

**ESERCIZIO N. 1.** Si determinino e si rappresentino nel piano di Gauss gli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$z^2 + i\bar{z} + 1 \in \mathbb{R},$$

dove  $\bar{z}$  indica il coniugato del numero complesso  $z$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**



COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si provi che l'equazione

$$x \sin x = 1$$

ha infinite soluzioni reali.

**SVOLGIMENTO** (Suggerimento : si consideri la restrizione di  $f(x) = x \sin x - 1$  a  $[n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}]$  al variare di  $n \in \mathbb{N}$ .)

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri il polinomio

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1.$$

Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di  $f'$  :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

- $f''(x) =$

- i segni di  $f''$ :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di  $f$ :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.**

(i) Si stabilisca per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  esiste l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} x^\alpha e^{-x} dx.$$

(ii) Si calcoli

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx.$$

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{2x} \left( \int_t^{2t} (e^{2s} - e^s) ds \right) dt.$$

(i) Si calcolino

•  $f'(x) =$

•  $f''(x) =$

•  $f'''(x) =$

(ii) Si determinino, giustificando le risposte,

•  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

•  $\text{ord}_0 f =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $\text{Ord}_{+\infty} f =$