

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2007-2008, sessione invernale, I appello

Corso: OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>
COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____
Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi : 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>

ESERCIZIO N. 1. Si calcoli l’area del triangolo individuato nel piano di Gauss dalle soluzioni dell’equazione

$$\frac{z^2}{|z|} = i|z|\bar{z},$$

dove $|z|$ e \bar{z} indicano rispettivamente il modulo e il coniugato del numero complesso z .

RISULTATO

SVOLGIMENTO (Suggerimento: si utilizzi la forma polare dei numeri complessi.)

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{x \in \mathbb{R} : \sin(1/\sqrt{x}) = 0\}.$$

(i) Si descriva E in modo esplicito.

(ii) Si determinino:

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di E :

• l'insieme dei punti isolati di E :

• l'insieme dei punti interni di CE :

(iii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = x^3 - x + 2 \operatorname{arctg}x.$$

(i) Si provi che $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è biiettiva.

(ii) Si provi che la funzione inversa di f è derivabile su \mathbb{R} .

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x \pi^{\frac{1}{x}}.$$

Si determinino:

• il dominio di f :

• i segni di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

• le equazioni degli asintoti al grafico di f a $-\infty$ e a $+\infty$:

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom}f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+e)\sqrt{x}} dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri, per $x > 0$, la funzione

$$f(x) = \int_{x+1}^{2x} \cos(1/t) dt.$$

(i) Si calcoli $f'(x)$.

(ii) Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $\text{Ord}_{+\infty} f =$

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

- $\text{ord}_1 f =$