

Analisi Matematica 1: I prova intermedia
Corso: OMARI TIRONI
A.a. 2001–2002

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____ VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso

$$\frac{ix + 3}{x + 3i}$$

ha parte immaginaria nulla.

RISULTATO

$$x = -3 \vee x = 3$$

SVOLGIMENTO

Si ha che

$$\frac{ix + 3}{x + 3i} = \frac{ix + 3}{x + 3i} \cdot \frac{x - 3i}{x - 3i} = \frac{6x + i(x^2 - 9)}{x^2 + 9}$$

ha parte immaginaria nulla se e solo se

$$x^2 = 9,$$

cioè

$$x = -3 \vee x = 3.$$

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 999^k.$$

RISULTATO

$$10^{300}$$

SVOLGIMENTO

Usando la formula di Newton per lo sviluppo del binomio, si ottiene

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 999^k = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 999^k \cdot 1^{100-k} = (999 + 1)^{100} = 10^{300}.$$

ESERCIZIO N. 3. Si determinino gli estremi inferiore e superiore dell'insieme

$$A = [1, \sqrt{3}] \cap]\sqrt{2}, 3[,$$

specificando se sono rispettivamente minimo e massimo.

RISULTATO

Poiché

$$A =]\sqrt{2}, \sqrt{3}],$$

si ha:

$$\inf A = \sqrt{2} \notin A,$$

$$\sup A = \sqrt{3} \in A$$

e quindi

$$\min A \text{ non esiste,}$$

$$\max A = \sqrt{3}.$$