

Analisi Matematica 1: I prova intermedia

Corso: OMARI TIRONI

A.a. 2001–2002

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____ VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso

$$\frac{3ix + 1}{3x + i}$$

ha parte immaginaria nulla.

RISULTATO

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{3}$$

SVOLGIMENTO

Si ha che

$$\frac{3ix + 1}{3x + i} = \frac{3ix + 1}{3x + i} \cdot \frac{3x - i}{3x - i} = \frac{6x + i(9x^2 - 1)}{9x^2 + 1}$$

ha parte immaginaria nulla se e solo se

$$x^2 = \frac{1}{9},$$

cioè

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{3}.$$

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli

$$\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 99^k .$$

RISULTATO

$$10^{20}$$

SVOLGIMENTO

Usando la formula di Newton per lo sviluppo del binomio, si ottiene

$$\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 99^k = \sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 99^k \cdot 1^{10-k} = (99 + 1)^{10} = 10^{20} .$$

ESERCIZIO N. 3. Si determinino gli estremi inferiore e superiore dell'insieme

$$A = [0, \sqrt{2}] \cap]1, \sqrt{3}[.$$

specificando se sono rispettivamente minimo e massimo.

RISULTATO

Poiché

$$A =]1, \sqrt{2}],$$

si ha:

$$\inf A = 1 \notin A,$$

$$\sup A = \sqrt{2} \in A$$

e quindi

$$\min A \text{ non esiste,}$$

$$\max A = \sqrt{2}.$$