Analisi Matematica 1: I prova intermedia

Corso: OMARI ◯ TIRONI ◯

A.a. 2001–2002

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso _____ **Laurea in Ingegneria** ______________________ **VOTO** ______

ESERCIZIO N. 1. Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso

$$\frac{i\,x+2}{x+2i}$$

ha parte immaginaria nulla.

RISULTATO

$$x=-2 \vee x=2$$

SVOLGIMENTO

Si ha che

$$\frac{i\,x+2}{x+2i}=\frac{i\,x+2}{x+2i}\cdot\frac{x-2i}{x-2i}=\frac{4x+i(x^2-4)}{x^2+4}$$

ha parte immaginaria nulla se e solo se

$$x^2=4,$$

cioè

$$x=-2 \vee x=2.$$

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli
$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 99^k .$$

RISULTATO

$$10^{200}$$

SVOLGIMENTO

Usando la formula di Newton per lo sviluppo del binomio, si ottiene
$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 99^k = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 99^k \cdot 1^{100-k} = (99+1)^{100} = 10^{200} .$$

ESERCIZIO N. 3. Si determinino gli estremi inferiore e superiore dell'insieme
$$A =]0, \sqrt{2}[\cap [1, \sqrt{3}].$$
specificando se sono rispettivamente minimo e massimo.

RISULTATO

Poiché
$$A = [1, \sqrt{2}[,$$
si ha:
$$\inf A = 1 \in A,$$
$$\sup A = \sqrt{2} \notin A$$
e quindi
$$\min A = 1,$$
$$\max A \text{ non esiste.}$$