

Analisi Matematica 1: I prova intermedia

Corso: OMARI TIRONI

A.a. 2001–2002

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____ VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso

$$\frac{2ix + 1}{2x + i}$$

ha parte immaginaria nulla.

RISULTATO

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}$$

SVOLGIMENTO

Si ha che

$$\frac{2ix + 1}{2x + i} = \frac{2ix + 1}{2x + i} \cdot \frac{2x - i}{2x - i} = \frac{4x + i(4x^2 - 1)}{4x^2 + 1}$$

ha parte immaginaria nulla se e solo se

$$4x^2 = 1,$$

cioè

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}.$$

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli

$$\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 999^k.$$

RISULTATO

$$10^{30}$$

SVOLGIMENTO

Usando la formula di Newton per lo sviluppo del binomio, si ottiene

$$\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 999^k = \sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \cdot 999^k \cdot 1^{10-k} = (999 + 1)^{10} = 10^{30}.$$

ESERCIZIO N. 3. Si determinino gli estremi inferiore e superiore dell'insieme

$$A =]1, \sqrt{3}[\cap [\sqrt{2}, 3],$$

specificando se sono rispettivamente minimo e massimo.

RISULTATO

Poiché

$$A = [\sqrt{2}, \sqrt{3}[,$$

si ha:

$$\inf A = \sqrt{2} \in A,$$

$$\sup A = \sqrt{3} \notin A$$

e quindi

$$\min A = \sqrt{2},$$

$\max A$ non esiste.