

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Corso: OMARI  TIRONI   
A.a. 2001-2002, sessione estiva, III appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi : 1  2  3  4  5  6

**ESERCIZIO N. 1.** Si determinino gli  $n \in \mathbb{N}$  per cui risulta

$$\left| \frac{3 + 4i}{(1 + 2i)^n} \right| \geq \frac{1}{\sqrt{5}},$$

dove  $|z|$  indica il modulo del numero complesso  $z$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \mathbb{N} \cup \{-2^{-n} : n \in \mathbb{N}\},$$

dove  $\mathbb{N}$  indica l'insieme dei numeri naturali.

Si determinino :

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$  :

• l'insieme dei punti isolati di  $E$  :

• l'insieme dei punti interni di  $E$  :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli, usando i limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(2x) - 1) \sin(3x)}{x^2(e^{4x} - 1)}.$$

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1 - \log x}.$$

(i) Si determinino:

• il dominio e i segni di  $f$  :

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$                        $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) =$                        $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) =$                        $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) =$

• i punti di annullamento e i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni  $x \in \text{dom } f$  dell'equazione  $f(x) = t$ , al variare di  $t \in \mathbb{R}$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x^2 - 1|}}.$$

(i) Si determini una primitiva di  $f$  sull'intervallo  $[0, 1[$ .

(ii) Si determini una primitiva di  $f$  sull'intervallo  $]1, 2]$ .

(ii) Si calcoli l'integrale generalizzato  $\int_0^2 f(x)dx$ .

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri, per  $x > 0$ , la funzione

$$f(x) = \int_0^x \left( \int_t^{2t} \log s \, ds \right) dt.$$

(i) Si determinino:

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

(ii) Si studi la concavità, la convessità e l'esistenza di punti di flesso di  $f$ .