

Facoltà d'Ingegneria

Programma del Precorso di Matematica

Anno Accademico 2001-2002

Logica delle proposizioni. Proposizioni. Connettivi logici e operazioni logiche: negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione, doppia implicazione. Proposizioni composte. Tavole di verità. Tautologie e contraddizioni. Proposizioni equivalenti. Proprietà delle operazioni logiche.

Logica dei predicati. Predicati. Quantificatore universale ed esistenziale. Operazioni logiche fra predicati. Implicazione logica. Equivalenza logica. Regole di negazione. Teoremi e controesempi.

Insiemi. Nozione di insieme. Elementi e appartenenza. Formazione di un insieme. Uguaglianza di insiemi. Inclusione fra insiemi. Inclusione stretta. Inclusione e implicazione. Insieme vuoto. Insieme delle parti. Intersezione di due insiemi. Unione di due insiemi. Proprietà dell'intersezione e dell'unione. Differenza di due insiemi. Complementare di un insieme. Proprietà della complementazione. Formule di De Morgan.

Applicazioni. Nozione di applicazione fra due insiemi. Corrispondente di un elemento, dominio, codominio e insieme immagine. Applicazioni suriettive, iniettive e biiettive. Applicazione inversa. Composizione di due applicazioni. Proprietà della composizione. Restrizioni.

Prodotto cartesiano e relazioni. Coppia ordinata e n-upla ordinata. Prodotto cartesiano. Relazioni binarie. Grafico di una relazione. Grafico di un'applicazione. Relazioni di equivalenza. Classi di equivalenza. Insieme quoziente. Proprietà delle classi di equivalenza. Relazioni d'ordine in senso debole e in senso stretto. Esempi: ordinamento in \mathbf{R} , ordinamento per inclusione nell'insieme delle parti, ordinamento per divisibilità in \mathbf{N} .

Insiemi numerici. Cenni sugli insiemi numerici \mathbf{N} , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} . L'insieme \mathbf{R} dei numeri reali come corpo ordinato. Un modello di \mathbf{R} : gli allineamenti di cifre. Densità di \mathbf{Q} in \mathbf{R} . La proprietà di Dedekind in \mathbf{R} . Intervalli in \mathbf{R} .

Potenze. Richiami sulle potenze con esponente naturale ≥ 1 . Proprietà delle potenze. L'esponente 0 con base $\neq 0$. Esponenti interi negativi con base $\neq 0$. Richiamo sulla definizione di radice n-esima di un numero reale ≥ 0 . Definizione di potenza con base > 0 ed esponente razionale. Funzioni potenza con esponenti: naturale, intero, razionale. Loro grafici.

Polinomi. Polinomi in una variabile: definizione, le operazioni di somma e prodotto con le loro proprietà. Divisione fra polinomi. Divisori e polinomi irriducibili. Divisione di un polinomio per il binomio $x-c$. Radici di un polinomio. Il Teorema di Cartesio-Ruffini. Teorema del massimo numero di radici distinte. Principio d'identità dei polinomi. Fattorizzazione dei polinomi in \mathbf{R} . I polinomi come funzioni razionali intere. Grafici dei polinomi di primo e secondo grado.

Equazioni e disequazioni. Equazioni e disequazioni come predicati; loro connessione con la congiunzione e la disgiunzione. Soluzione; equivalenza; risultato; identità; parametri. Congiunzione e intersezione; disgiunzione e unione. Alcuni procedimenti risolutivi per equazioni e disequazioni: addizione di un termine ad ambo i membri,

moltiplicazione per un termine positivo o negativo, composizione con funzioni crescenti o decrescenti. Alcuni tipi di equazioni e disequazioni razionali e irrazionali.

Valore assoluto. Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare Esempi di funzioni definite per mezzo di valori assoluti e loro grafici. Disequazioni con il valore assoluto.

Funzioni circolari. Angoli: misura in radianti. Circonferenza trigonometrica. Definizione di seno e coseno. Relazione fondamentale. Periodo e semiperiodo. Parità del coseno, disparità del seno. Formule d'addizione. Formule di Werner. Formule di prostaferesi, di duplicazione, di bisezione. La tangente e la cotangente. Equazioni trigonometriche: $\sin x = k$, $\cos x = k$, $\tan x = k$. Grafici di $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$. Equazioni e disequazioni del tipo $a \sin x + b \cos x = c$ (oppure $< c$). Arcoseno, arccoseno, arcotangente: definizione e grafico. Formula d'addizione per la tangente.

Cenni di geometria analitica nel piano. Rette nel piano. Equazione generale ($ax + by = c$) ed equazione normale ($y = mx + q$) della retta. Condizioni di parallelismo e d'ortogonalità di rette. Distanza punto-retta: deduzione della formula. La parabola come luogo. L'ellisse come luogo. L'iperbole come luogo. Equazioni canoniche. Cenno alle coniche come luogo dei punti che soddisfano un'equazione di secondo grado in x e y .