

Esame di Metodi Matematici per l'Ingegneria
Prova 5

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in Ingegneria _____

QUESITO N. 1. Si dia la definizione di funzione integrabile secondo Lebesgue e si enunci il teorema della convergenza dominata.

QUESITO N. 2. Si enunci un criterio di convergenza uniforme per le serie di Fourier. Si illustri il teorema con un esempio.

QUESITO N. 3. Si considerino le funzioni

$$f(x) = e^{-|x|} \quad \text{e} \quad g(x) = 2p_2(x) + 3p_2(x-3).$$

(i) Si calcoli la convoluzione $f * g$ di f e g .

(ii) Si determini la trasformata di Fourier $\widehat{f * g}$ di $f * g$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

QUESITO N. 4. Si definiscano la trasformata e l'antitrasformata di Laplace di una funzione e si scriva la formula di inversione di Bromwich-Mellin, Riemann-Fourier.

QUESITO N. 5. Sia $F(s)$ la trasformata della funzione $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$. Si calcoli $\lim_{s \rightarrow 0} F(s)$.

QUESITO N. 6. Si consideri la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = \pi e^{\pi \bar{z}}.$$

(Qui \bar{z} indica il coniugato del numero complesso z)

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se f è olomorfa in \mathbb{C} .

(ii) Si calcoli l'integrale $\int_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la curva semplice chiusa che ha come sostegno il quadrato di vertici $0, 1, 1+i, i$, orientato positivamente (in verso antiorario).