

Analisi matematica I : seconda prova intermedia (parte prima)

Dr. Franco Obersnel

A.a. 2008–09

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin x) + \frac{1}{2}x^2.$$

(i) Si determinino

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

• il polinomio di Taylor (Maclaurin) di ordine 3 di f relativo al punto $x_0 = 0$:(ii) Si determini, giustificando la risposta, $\text{ord}_0 f$.(iii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se 0 è un punto di flesso per f e, in caso affermativo, se ne indichi il tipo.

ESERCIZIO N. 2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} x e^{\frac{1}{x-1}} & \text{se } x < 1, \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

(i) Si determinino i segni di f .

(ii) Si calcolino: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(iii) Si calcoli $f'(x)$ nei punti in cui f è derivabile.

(iv) Si calcolino $f'_-(x)$ e $f'_+(x)$ nei punti in cui f non è derivabile.

(v) Si determinino i punti di annullamento e i segni di f' .

(vi) Si determinino gli intervalli di \mathbb{R} su cui f è crescente o decrescente.

(vii) Si determinino i punti di estremo relativo di f .

(viii) Si determinino $\inf f$ e $\sup f$.

(ix) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = \alpha$.

(x) Si determinino gli eventuali asintoti obliqui di f .