

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2007-2008, sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. È data una successione di numeri reali $(x_n)_n$ tale che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $0 < x_n < 1$.
Supponiamo inoltre che esista

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n^n = \gamma > 0.$$

(i) Si provi che esistono e si calcolino i limiti $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log(x_n)$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.

(ii) Si calcoli

$$\lim_{y \rightarrow 1} \frac{1-y}{\log y} =$$

(iii) Si verifichi, utilizzando il limite calcolato in (ii), che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(x_n - 1)}{\log x_n^n} = 1.$$

(iv) Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(1 - x_n) =$$

ESERCIZIO N. 2. Si consideri il polinomio

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2.$$

Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

- i segni di f :

- $f''(x) =$

- i segni di f'' :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di f :

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3.

(i) Si stabilisca per quali $b \in \mathbb{R}^+$ esiste l’integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} x b^x dx.$$

(ii) Si calcoli

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx.$$

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} \left(\int_t^{2t} e^{s^2} ds \right) dt.$$

(i) Si calcoli $f'(x) =$

(ii) Si determinino, giustificando le risposte,

• $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(iii) Si provi che, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$, esiste una ed una sola soluzione dell'equazione

$$f(x) = \alpha.$$