ESERCIZI II

1) Sia S superficie regolare e φ parametrizzazione locale di S.
Siano E, F, G i coefficienti della I forma fondamentale rispetto a φ.
Si dimostri $\|\varphi_u \wedge \varphi_v\| = \sqrt{EG - F^2}$.

2) Sia $S = \{(x,y,z) \mid z = x^2 + ky^2\}$ con $k > 0$ (S è un paraboloide) e si fissi un'orientazione di S.
In $P = (0,0,0)$ si calcolino: curvature e direzioni principali, curvatura Gaussiana e curvatura media.
Che tipo di punto è P?

3) Sia $S = \{(x,y,z) \mid z = xy\}$
a) Dimostrare che tutti i punti di S sono iperbolici.
b) Fissata un'orientazione di S calcolare curvature e direzioni principali nel punto $P = (0,0,0)$
c) Individuare $N(S)$ l'immagine della mappa di Gauss.