Le variabili aleatorie con R

Massimo Borelli

Anno Accademico 2014-2015

borelli@units.it

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Table of contents

distribuzione di Bernoulli

$$\begin{pmatrix} TRUE & FALSE \\ p & 1-p \end{pmatrix}$$

- $\mathrm{E(X) = p}$
- $\mathrm{var}(X) = p \cdot (1-p)$

distribuzione binomiale (processo bernoulliano)

$X \sim binom(n, p)$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

- $\mathrm{E(X)} = n \cdot p$
- $\mathrm{var(X)} = n \cdot p \cdot (1 - p)$

la distribuzione di Poisson

$X \sim pois(\lambda)$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

- $\mathrm{E(X)} = \lambda$
- $\mathrm{var(X)} = \lambda$

Esercizi 1/2

- monetina, 3 lanci: dbinom
- monetina, 3 lanci: choose
- bimotore o quadrimotore?

Esercizi 2/2

- fertility

variabili aleatorie continue

Cenni:

- uniforme
- esponenziale, Weibull, Gompertz, ..
- gamma, beta, ..

In dettaglio, due v.a. inerenti il campionamento casuale:

- normale
- t di Student

la normale di Gauss

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(- \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f$$

- $E(X) = \mu$
- $var(X) = \sigma^2$

la normale standard

$X \sim N(0,1)$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f$$

- $E(X) = 0$
- $var(X) = 1$

cosa dice il teorema centrale limite

Una qualsiasi popolazione X, la sua media μ e la sua d.s. σ.
Campioniamo: X_1, X_2, .. X_n
Calcoliamo la *variabile aleatoria* media campionaria:

$$M_n = \frac{1}{n} \sum X_i$$

e standardizziamola:

$$\frac{M_n - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$$

Teorema Limite Centrale

Per $n \to \infty$

$$P\left(a \leq \frac{M_n - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \leq b\right) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

stimatori corretti e coerenti

$$M_n = \frac{1}{n}\sum X_i \qquad\qquad S_n^2 = \frac{\sum (X_i - M_n)^2}{n-1}$$

Teorema

Se X è normale, allora

$$\frac{M_n - \mu}{\sigma}\sqrt{n}$$

è normale standard.

Ma cosa possiamo dire di:

$$\frac{M_n - \mu}{S_n}\sqrt{n}$$

William Sealy Gosset

VOLUME VI MARCH, 1908 No. 1

BIOMETRIKA.

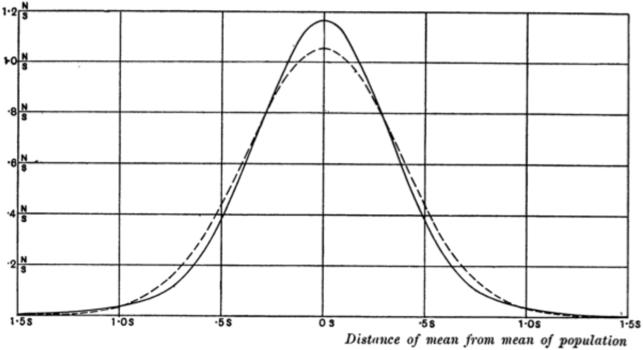
THE PROBABLE ERROR OF A MEAN.

BY STUDENT.

William Sealy Gosset

DIAGRAM II. Solid curve $y=\frac{N}{S}\times\frac{8}{7}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{\pi}\cos^{10}\theta$, $x/s=\tan\theta$.

Broken line curve $y=\frac{\sqrt{7}\,.\,N}{\sqrt{2\pi}\,.\,s}\,e^{-\frac{7x^2}{2s^2}}$, the normal curve with the same s.D.



I have tabled the area for the normal curve with standard deviation $1/\sqrt{7}$ so as to compare with my curve for $n=10$*. It will be seen that odds laid according to either table would not seriously differ till we reach $z=\cdot 8$, where the odds are