SOCIETA' DEI MATEMATICI
E NATURALISTI DI MODENA
www.socnatmatmo.unimore.it

Cosa significa che i dati sono significativi?

Prof. e.s. Sergio Invernizzi

Martedi 28 novembre 2016
14:00 Aula V Ed. A
Università di Trieste
P.le Europa 1

Alice prende 15 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 19, 21, 20.
Va al ricevimento. "Scusi prof, ma io ho studiato..."
Il professore (o la professora) sa che potrebbe essere vero. Il voto 15/30 non è significativo.

Alice prende 15 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 19, 21, 20.
Va al ricevimento. "Scusi prof, ma io ho studiato..."
Il professore (o la professora) sa che potrebbe essere vero. Il voto 15/30 non è significativo.

Bruno prende 18 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 15, 12, 15.
Non è scemo e non va al ricevimento. Il professore (o la professora) sa però che Bruno potrebbe esser passato per pura fortuna. Il voto 18/30 sinceramente non è significativo.

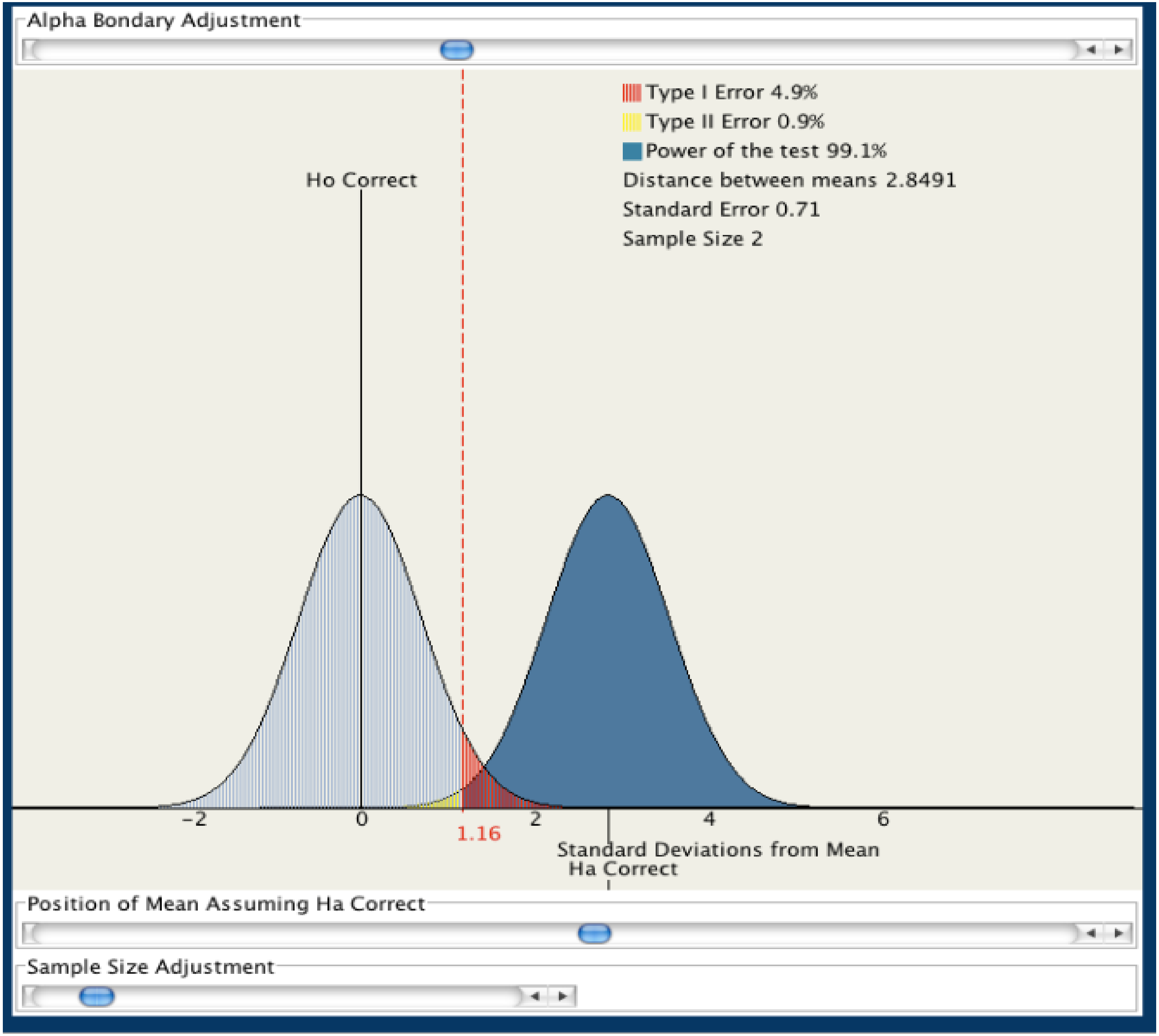
Alice prende 15 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 19, 21, 20.
Va al ricevimento. "Scusi prof, ma io ho studiato..."
Il professore (o la professora) sa che potrebbe essere vero. Il voto 15/30 non è significativo.

Bruno prende 18 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 15, 12, 15.
Non è scemo e non va al ricevimento. Il professore (o la professora) sa però che Bruno potrebbe esser passato per pura fortuna. Il voto 18/30 sinceramente non è significativo.

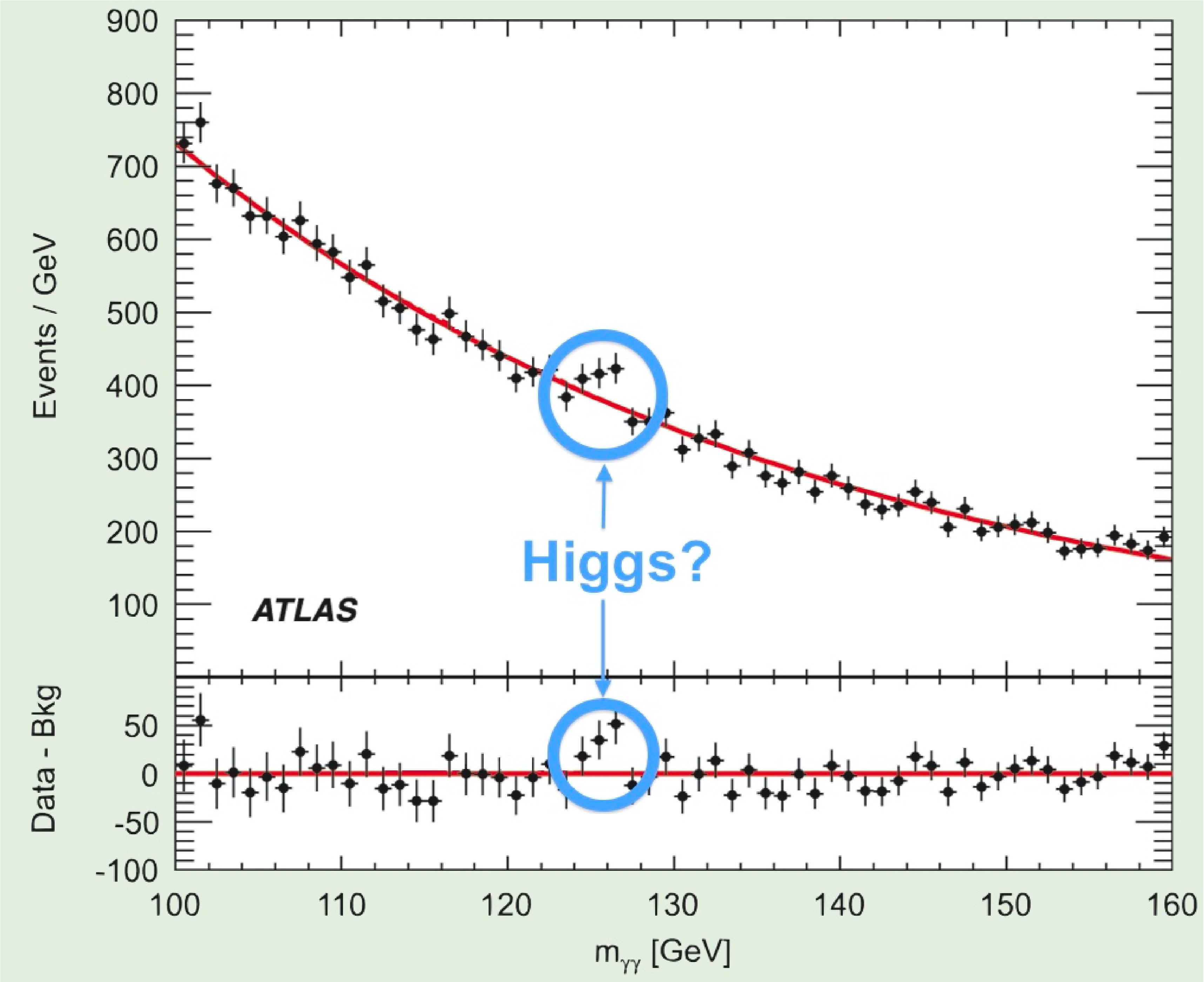
Caterina prende 28 al tema scritto valido per l'esame. Nelle tre simulazioni su Moodle aveva preso 26, 30, 27.
Va al ricevimento per vedere il compito. Il professore (o la professora) la manda via, tanto è sicuro (o sicura) che Caterina ha studiato (a meno che non abbia copiato). Il voto 28/30 è significativo.

```
> binom.test(2,2)

	Exact binomial test

data:  2 and 2
number of successes = 2, number of trials = 2, p-value = 0.5
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.1581139 1.0000000
sample estimates:
probability of success
                     1

> binom.test(8,8)

	Exact binomial test

data:  8 and 8
number of successes = 8, number of trials = 8, p-value = 0.007812
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.6305834 1.0000000
sample estimates:
probability of success
                     1
```

```
> binom.test(20,30)

	Exact binomial test

data:  20 and 30
number of successes = 20, number of trials = 30, p-value = 0.09874
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.4718800 0.8271258
sample estimates:
probability of success
             0.6666667

> binom.test(21,30)

	Exact binomial test

data:  21 and 30
number of successes = 21, number of trials = 30, p-value = 0.04277
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.5060410 0.8526548
sample estimates:
probability of success
                   0.7
```


Alpha Bondary Adjustment
Type I Error 4.9%
Type II Error 0.9%
Power of the test 99.1%
Distance between means 2.8491
Standard Error 0.71
Sample Size 2
Ho Correct
-2
0
2
4
6
1.16
Standard Deviations from Mean
Ha Correct
Position of Mean Assuming Ha Correct
Sample Size Adjustment

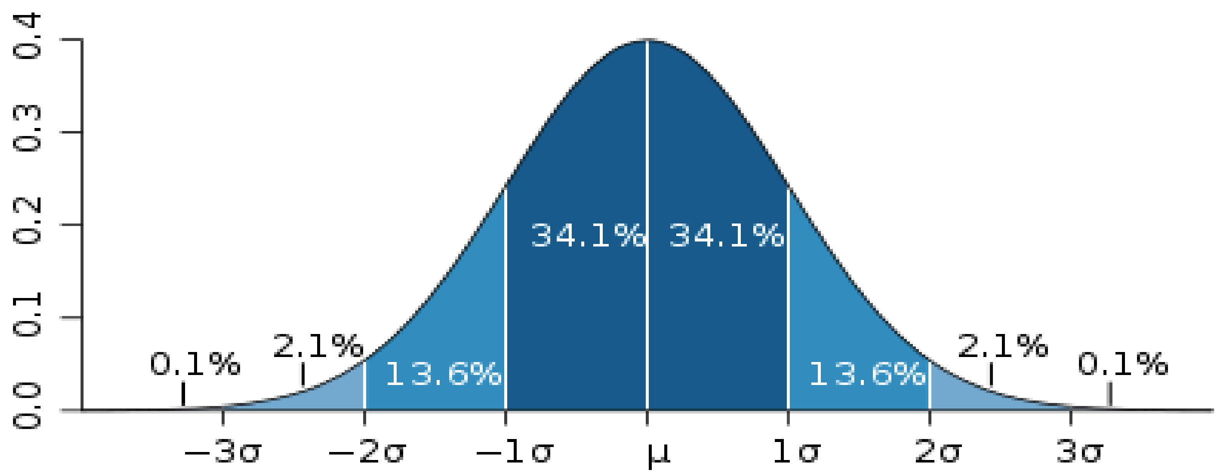

123RF



Events / GeV
ATLAS
Higgs?
Data - Bkg
$m_{\gamma\gamma}$ [GeV]

5 Sigma What's That?

By Evelyn Lamb | July 17, 2012 | 10



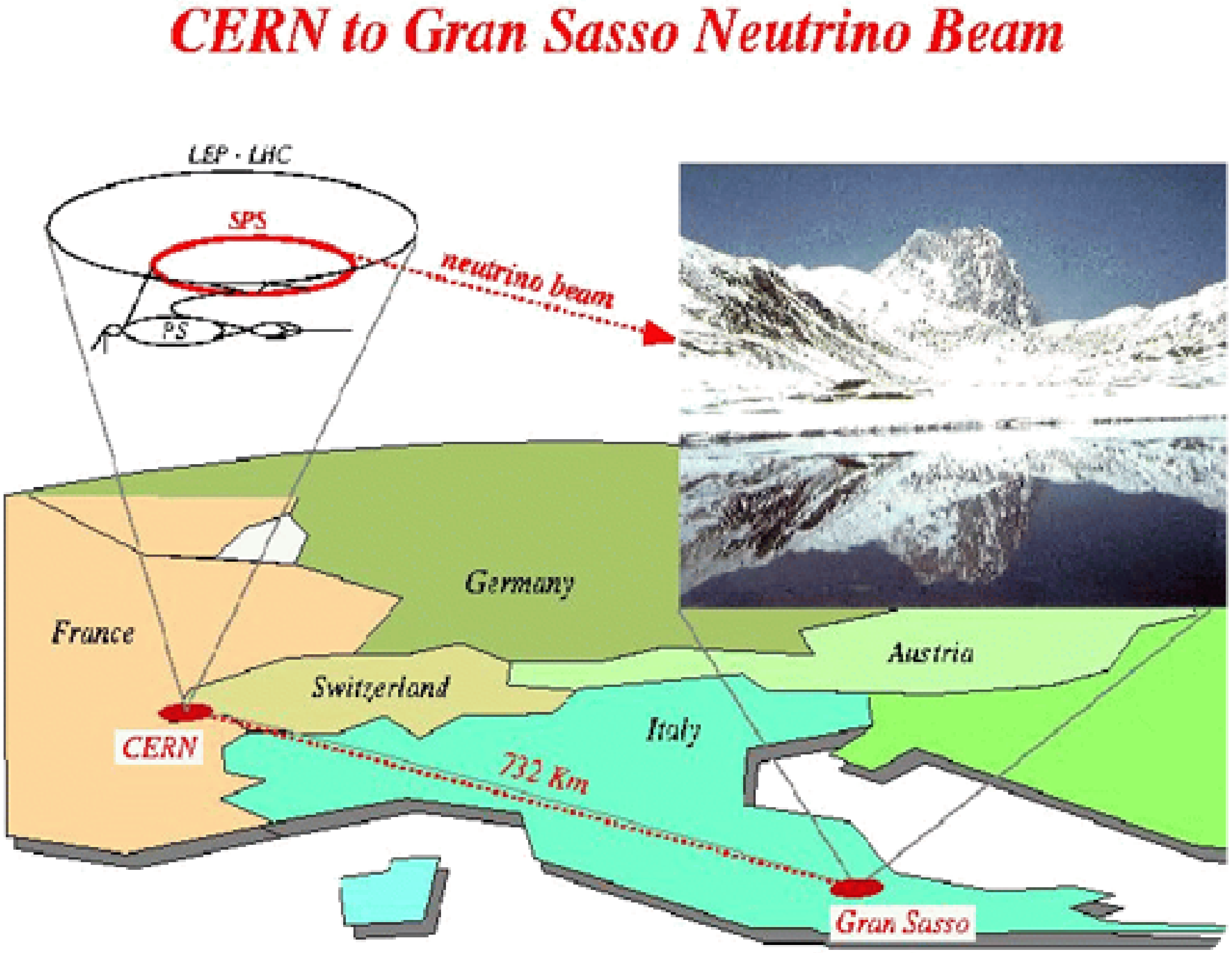
A graph of the normal distribution, showing 3 standard deviations on either side of the mean μ. A five-sigma observation corresponds to data even further from the mean. Source: Wikimedia Commons/Mwtoews

Chances are, you heard this month about the discovery of a tiny fundamental physics particle that may be the long-sought Higgs boson. The phrase five-sigma was tossed about by scientists to describe the strength of the discovery. So, what does five-sigma mean?

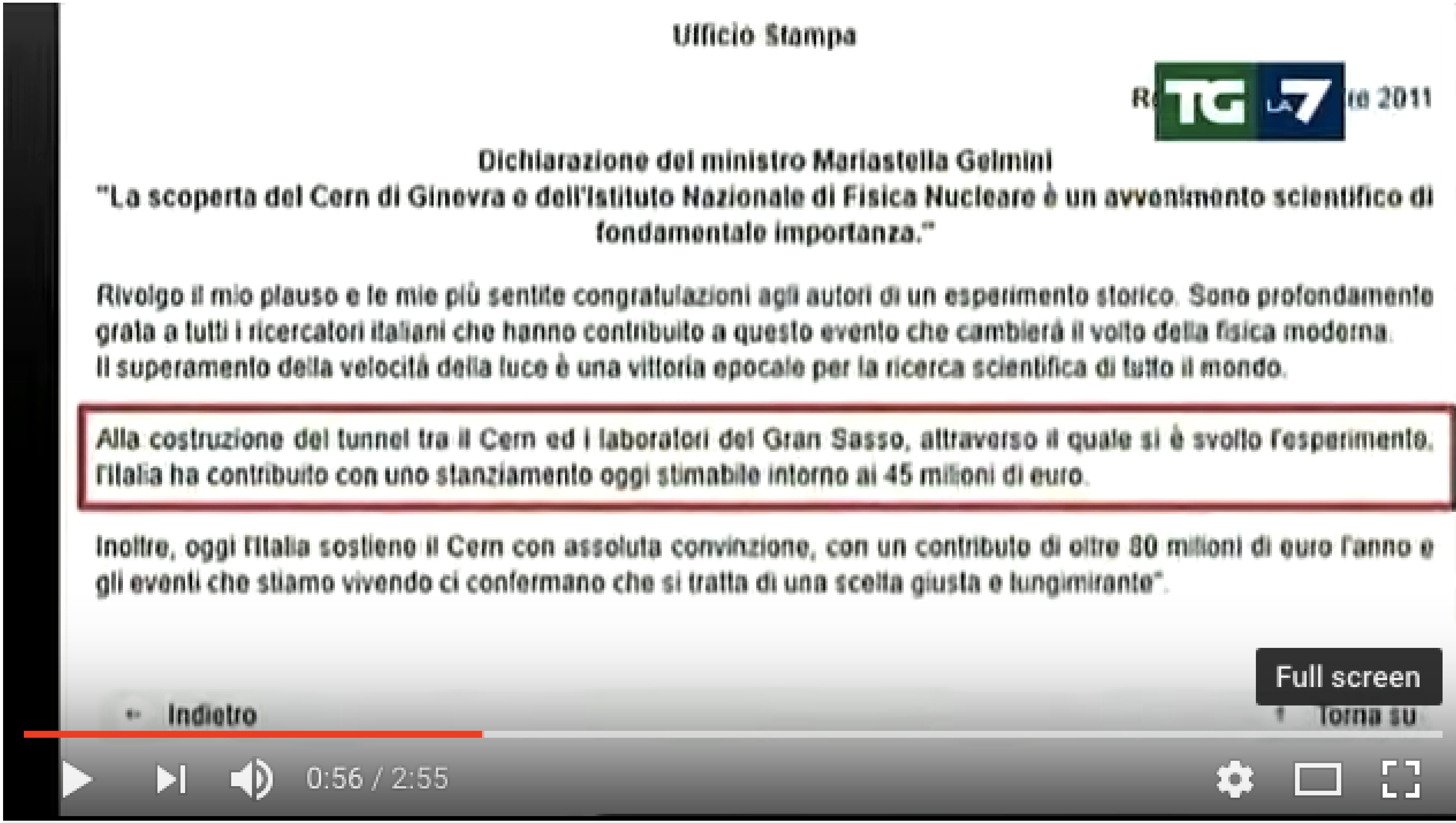
In short, five-sigma corresponds to a p-value, or probability, of 3×10^{-7}, or about 1 in 3.5 million. This is not the probability that the Higgs boson does or doesn't exist; rather, it is the probability that *if* the particle does not exist, the data that CERN scientists collected in Geneva, Switzerland, would be at least as extreme as what they observed. "The reason that it's so annoying is that people want to hear declarative statements, like 'The probability that there's a Higgs is 99.9 percent,' but the real statement has an 'if' in there. There's a conditional. There's no way to remove the conditional," says Kyle Cranmer, a physicist at New York University

```
> #--- una coda!
> p <- pnorm(-5); p
[1] 2.866516e-07
>
> 1/3500000
[1] 2.857143e-07
```

Six – sigma ….



CERN to Gran Sasso Neutrino Beam
LEP - LHC
SPS
PS
neutrino beam
Germany
France
Switzerland
Austria
Italy
CERN
732 Km
Gran Sasso



Ufficio Stampa

R[illegible]te 2011

Dichiarazione del ministro Mariastella Gelmini
"La scoperta del Cern di Ginevra e dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare è un avvenimento scientifico di fondamentale importanza."

Rivolgo il mio plauso e le mie più sentite congratulazioni agli autori di un esperimento storico. Sono profondamente grata a tutti i ricercatori italiani che hanno contribuito a questo evento che cambierà il volto della fisica moderna.
Il superamento della velocità della luce è una vittoria epocale per la ricerca scientifica di tutto il mondo.

Alla costruzione del tunnel tra il Cern ed i laboratori del Gran Sasso, attraverso il quale si è svolto l'esperimento, l'Italia ha contribuito con uno stanziamento oggi stimabile intorno ai 45 milioni di euro.

Inoltre, oggi l'Italia sostiene il Cern con assoluta convinzione, con un contributo di oltre 80 milioni di euro l'anno e gli eventi che stiamo vivendo ci confermano che si tratta di una scelta giusta e lungimirante".

"ripetendo moltissime volte l'esperimento,
il 95% dei diversi intervalli cosi' ottenuti
contiene il valore vero di mu"
****

Non avendo voglia di fare i conti, faccio una sperimentazione numerica:
estraggo m = 1000 campioni di size n = 5 da una normale standard, e faccio
m = 1000 test di Student, calcolando i relativi 95%CI's. Poi faccio il prodotto
degli estremi e calcolo il segno: se viene -1, gli estremi sono discordi e l'intervallo contiene la
media vera mu = 0, se viene +1 no. Ecco qua il codice:

```
> n<-5
> m<-1000
> r<-matrix(rnorm(n*m),m,n)
> s<-rep(0,m)
> for (i in (1:m)) {t<-t.test(r[i,]);s[i]<-sign(t$conf.int[1]*t$conf.int[2])}
> table(s)
s
 -1   1
951  49
```

As a technical note, a 95 % confidence interval does not mean that there is a 95 % probability that the interval contains the true mean. The interval computed from a given sample either contains the true mean or it does not. Instead, the level of confidence is associated with the method of calculating the interval. The confidence coefficient is simply the proportion of samples of a given size that may be expected to contain the true mean. That is, for a 95 % confidence interval, if many samples are collected and the confidence interval computed, in the long run about 95 % of these intervals would contain the true mean.


123RF

Modelli lineari: struttura generale

baseline

predittori

Variabili esplicative

misura

attributo

$$Y = \underbrace{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_3 Z_1 + \beta_4 Z_2 + \dots}_{\textit{modello}} + \varepsilon$$

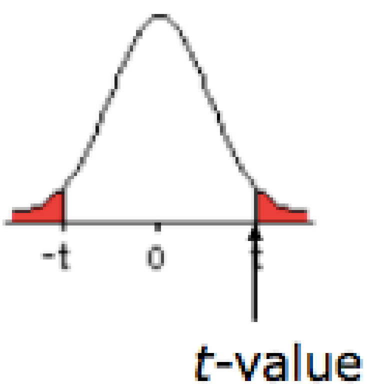
Variabile esaminata = *modello* + *errore*

- L'*errore* è la parte della *variabile* non spiegata dal *modello*
- Il modello è *lineare* perché i coefficienti sono alla I potenza
- Il modello $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2$ è lineare

Test sul singolo predittore

- *La stima $\hat{\beta}_j$ di un predittore è un valore osservato di una variabile* ***aleatoria*** β_j
- Se, nel modello $Y = \ldots + \beta_j X_j + \ldots$, vale la <u>ipotesi nulla</u> $H_0 : \beta_j = 0$ allora si può eliminare la dipendenza dalla variabile X_j
- Usiamo la <u>alternativa</u> $H_1 : \beta_j \neq 0$

- SE CONOSCIAMO LA DISTRIBUZIONE DI β_j NELLA IPOTESI H_0 (O UNA SUA OPPORTUNA STANDARDIZZAZIONE) POSSIAMO CALCOLARE il ***t*-value** col ***p*-value** relativo:



- Se p-value < 0.05: rifiuto H_0 : la X_j è "importante" come variabile esplicativa
- Se p-value > 0.05: non rifiuto H_0 : la X_j può essere "eliminata" dal modello come variabile esplicativa

Deviazione standard del singolo predittore

- *La deviazione standard di ciascun predittore* β_j *(variabile* ***aleatoria****) è direttamente proporzionale al* σ *degli errori, con un coefficiente di proporzionalità che si calcola con il teorema di "propagazione della varianza" (NON BANALE, serve un corso di "Algebra lineare" da 6 cfu):*
- *Premesso che:*

```
model <- lm(y ~ x)
X <- model.matrix(model)
```

si ha:

```
sqrt(diag(solve(t(X)%*%X))) * 0.1753
```

coefficienti di proporzionalità $\hat{\sigma}$

- *output* `(4.1732453, 0.9434278) * 0.1753 =`
- *in* R:

```
(Intercept) x
0.7315699   0.1653829
```

- *deviazioni standard di* β_0 *e di* β_1 *(dette in* R: `Std. Error`)

```
> model <- lm(y ~ x)
> summary(model)

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.318490 -0.098464  0.006896  0.076178  0.450487 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -10.1746     0.7316  -13.91 1.10e-12 ***
x             3.2860     0.1654   19.87 5.59e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.1753 on 23 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9449,	Adjusted R-squared: 0.9425 
F-statistic: 394.7 on 1 and 23 DF,  p-value: 5.588e-16
```

Stima di β_0
Stima di β_1

Dev. std. di β_0
Dev. std. di β_1

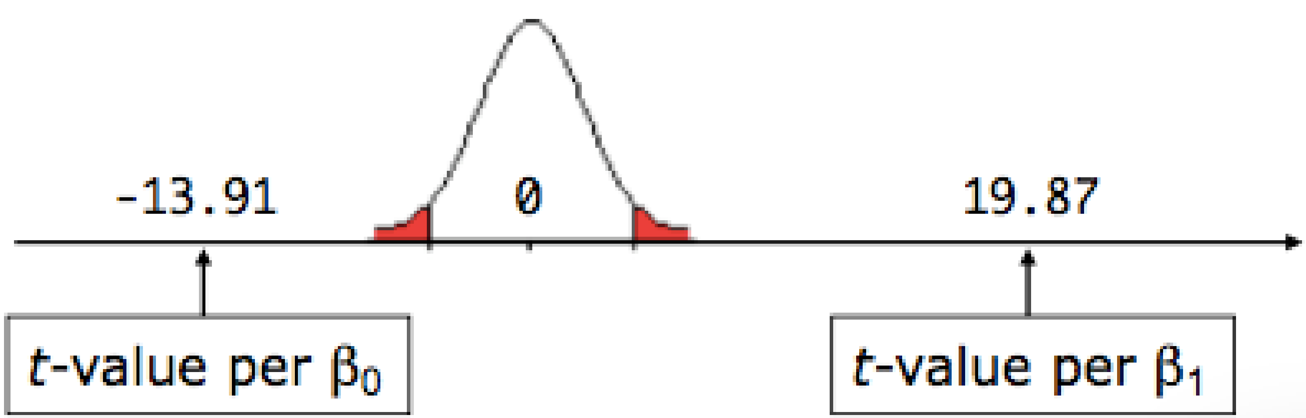
- SOTTO LA IPOTESI H_0 : $E[\beta_j]=0$ POSSIAMO STANDARDIZZARE E OTTENIAMO

$$\frac{\beta_j - E[\beta_j]}{\text{dev.std. di } \beta_j} \approx \frac{\text{Estimate}}{\text{Std. error}} = t\text{-di Student con } df = n\text{-}k$$

- Dai valori osservati (t value)
  -10.1746/0.7316 = -13.91
  3.2860/0.1654 = 19.87

  calcolo il *p*-value relativo alla ipotesi nulla $E[\beta_j]=0$

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -10.1746     0.7316  -13.91 1.10e-12 ***
x             3.2860     0.1654   19.87 5.59e-16 ***
```



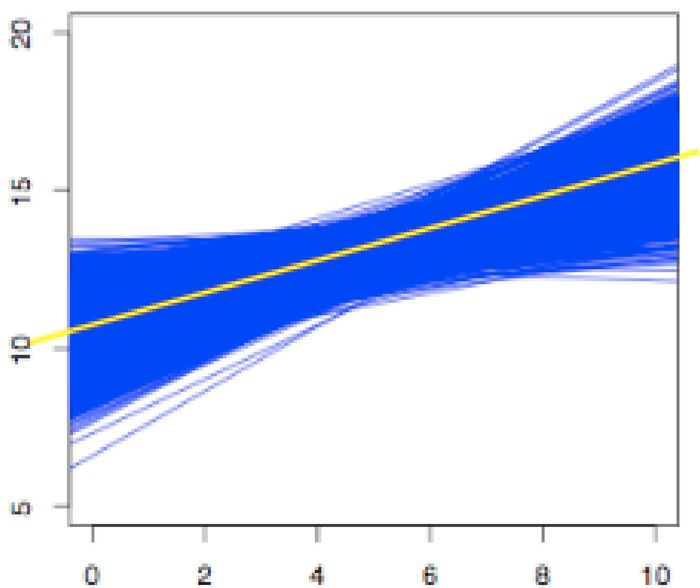
- Immaginiamo che si avesse questa situazione

```
Coefficients:
             Estimate Std.Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   10.5205 1.2915    8.146   0.00387 **
x              0.4875 0.2248    2.168   0.11864
```

- Il p-value = 12% per β_1 ***non*** consente di respingere la ipotesi nulla

Con certi dati abbiamo ottenuto la stima $\hat{\beta}_1 = 0.4875$, ma ripetendo con altri dati avremmo potuto ottenere stime vicine a zero (con retta di regressione orizzontale, X non spiega niente!)

- La retta gialla è quella calcolata, con pendenza = 0.4875, ma ripetendo con altri dati avremmo potuto ottenere rette orizzontali o addirittura con pendenza negativa (qui 2500 ripetizioni).



- Si potrebbe calcolare l'intervallo di fiducia del 95% per la pendenza β_1 ottenendo

  [-0.228, 1.203]

che contiene lo zero! Delle 2500 ripetizioni, circa il 95% produce rette con pendenze che variano da -0.228 fino a 1.203. La pendenza "vera" potrebbe essere = 0.000.

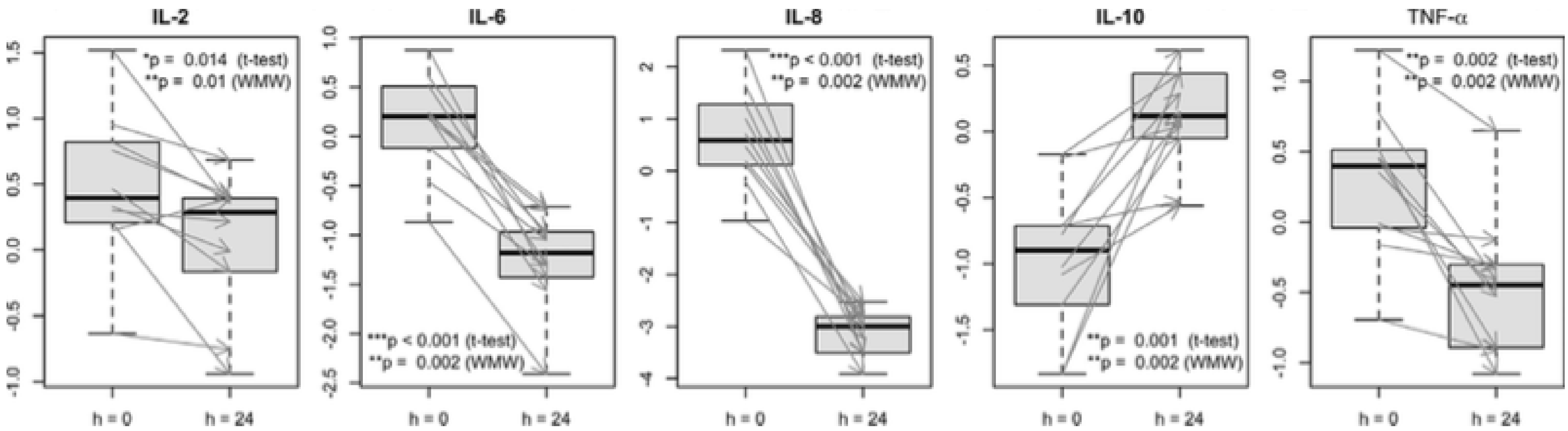


Fig. 3. Box-and-whisker chart for the *ln* of mRNA/28S observed data at time $t = 0$ h and $t = 24$ h. The whiskers extend to the data extremes; the arrows join paired data. The *p*-values refer to the paired Student's *t*-test and to the paired non-parametric Wilcoxon–Mann–Whitney (WMW) signed rank test in its "exact" combinatoric form. The significant stars code is $0 < {}^{***} \leqslant 0.001 < {}^{**} \leqslant 0.01 < {}^{*} \leqslant 0.05$.

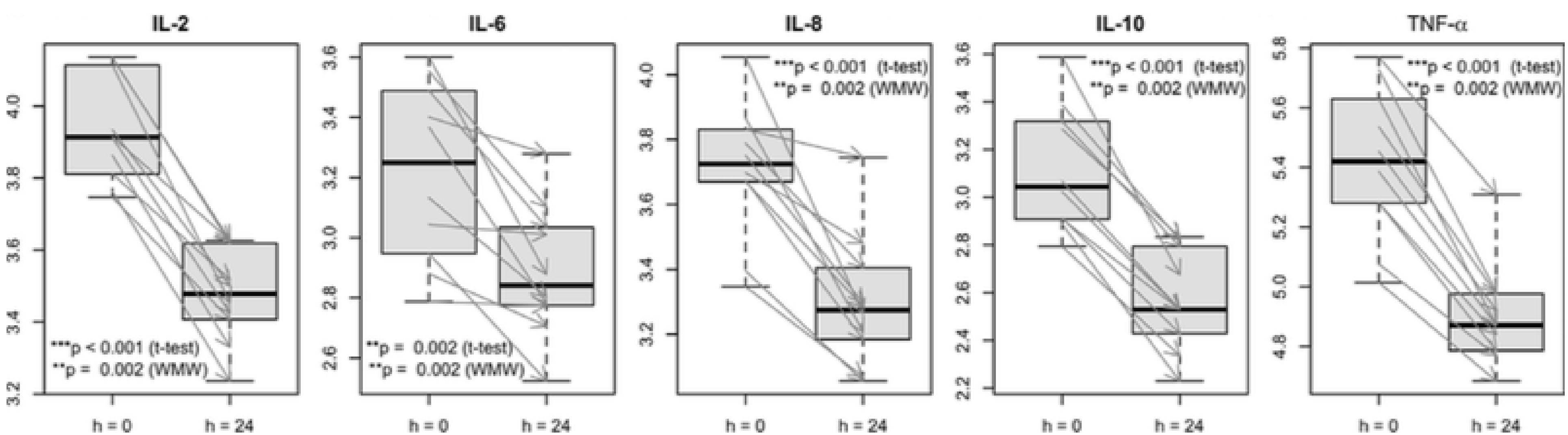


Fig. 4. Box-and-whisker chart for the *ln* of plasmatic observed data (pg/ml) at time $t = 0$ h and $t = 24$ h. The whiskers extend to the data extremes; the arrows join paired data. The *p*-values refer to the paired Student's *t*-test and to the paired non-parametric Wilcoxon–Mann–Whitney (WMW) signed rank test in its "exact" combinatoric form. The significant stars code is $0 < {}^{***} \leqslant 0.001 < {}^{**} \leqslant 0.01 < {}^{*} \leqslant 0.05$.

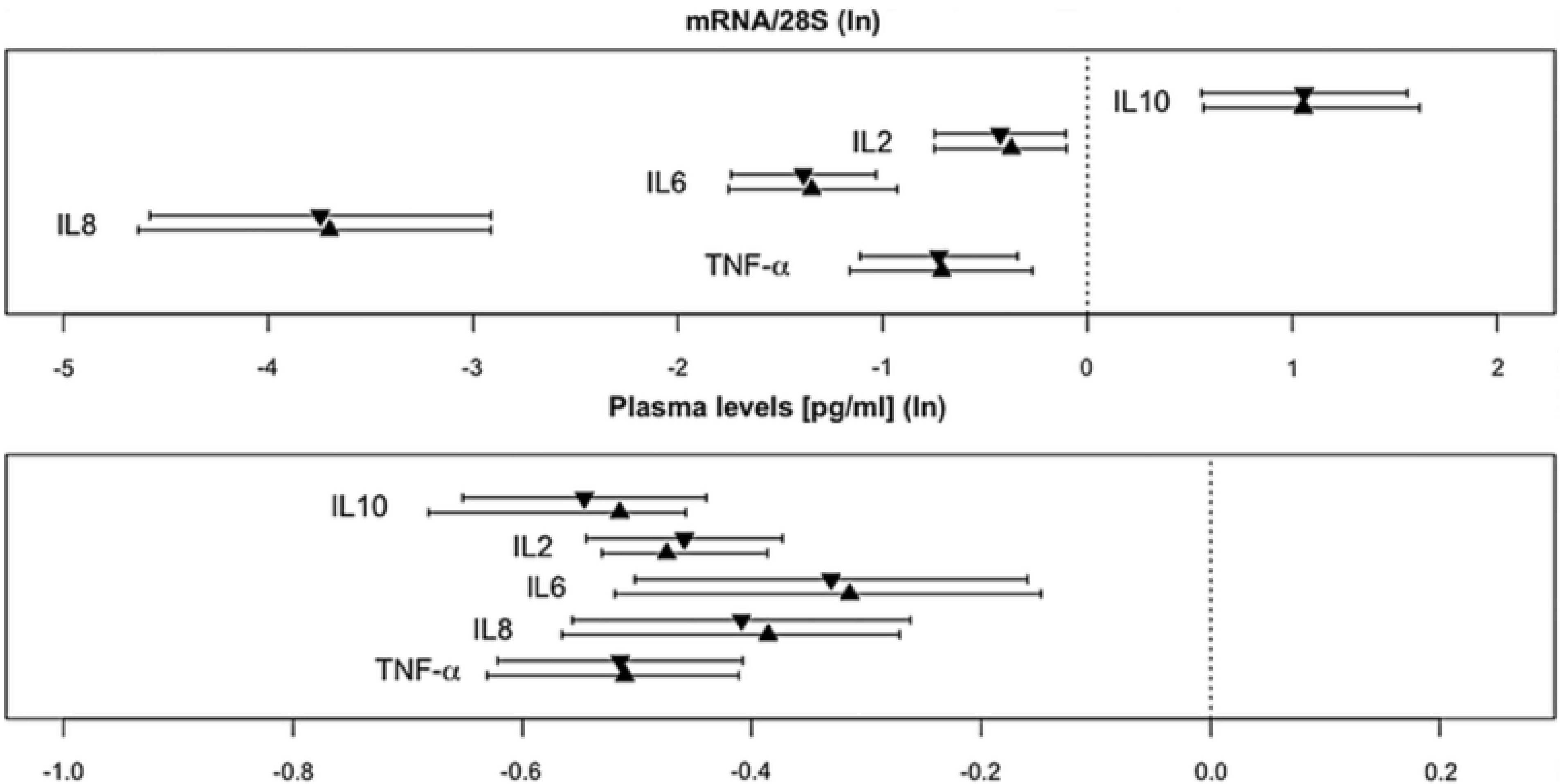
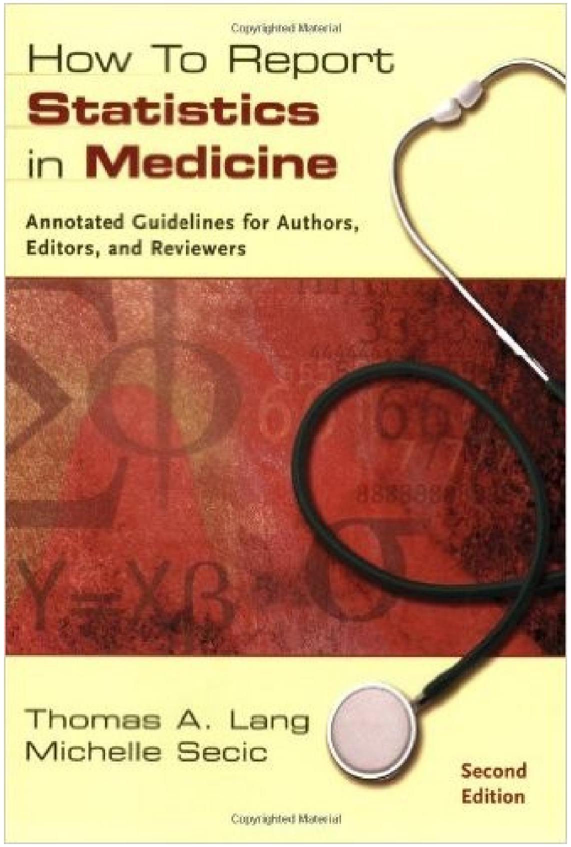
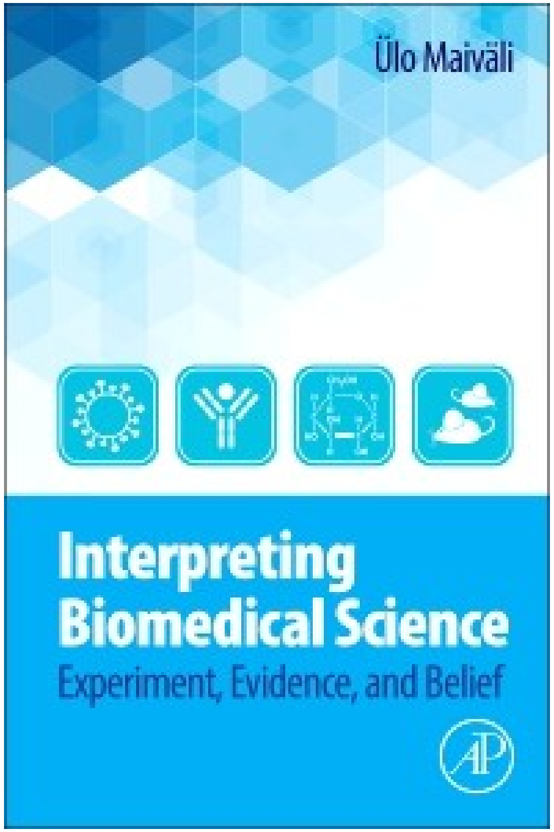


Fig. 5. 95% CIs for differences h24 – h0 of mRNA/28S and plasmatic levels (*ln* scaled). The CIs estimated by the *t*-test are centered at the means of differences, marked with a triangle-down, while those given by the WMW test are located at the pseudo-medians of the same differences, and are marked with a triangle-up.


Copyrighted Material
How To Report
Statistics
in Medicine
Annotated Guidelines for Authors, Editors, and Reviewers
Y=Xβ
Thomas A. Lang
Michelle Secic
Second Edition
Copyrighted Material


Ülo Maiväli
Interpreting
Biomedical Science
Experiment, Evidence, and Belief

La storia:

Cinque statistici e cinque medici andavano in treno ad un Congresso sui Metodi Applicati alla Medicina. I medici avevano cinque biglietti mentre gli statistici ne avevano soltanto uno. I medici fecero notare ai loro compagni di viaggio che avrebbero dovuto pagare una multa, ma gli statistici risposero: "Abbiamo un nostro metodo".

Ad un certo punto uno degli statistici diede l'allarme: "Sta arrivando il controllore!" Tutti gli statistici corsero alla più vicina toilette e si chiusero dentro.
Il controllore, vedendo che la toilette era occupata, bussò alla porta e disse: "Biglietto, prego!" La porta si socchiuse e spuntò una mano con il biglietto. Il controllore lo forò e lo restituì. Quando il controllore se ne fu andato gli statistici uscirono dalla toilette e andarono a sedersi tranquillamente, mentre i medici li osservavano sbalorditi.

Nel viaggio di ritorno i medici decisero di fare la stessa cosa e comprarono un solo biglietto. Gli statistici, invece, non ne comprarono neanche uno. I medici fecero notare ai loro compagni di viaggio che avrebbero dovuto pagare una multa, ma gli statistici risposero: "Abbiamo un nostro metodo".

Ad un certo punto, durante il viaggio, uno degli statistici esclamò: "Sta arrivando il controllore!" I medici corsero in una toilette e gli statistici in un'altra.
Uno degli statistici però, prima di raggiungere i suoi colleghi, bussò alla toilette dei medici e disse, imitando la voce del controllore: "Biglietto, prego!"

Morale?

La storia:

Cinque statistici e cinque medici andavano in treno ad un Congresso sui Metodi Applicati alla Medicina. I medici avevano cinque biglietti mentre gli statistici ne avevano soltanto uno. I medici fecero notare ai loro compagni di viaggio che avrebbero dovuto pagare una multa, ma gli statistici risposero: "Abbiamo un nostro metodo".

Ad un certo punto uno degli statistici diede l'allarme: "Sta arrivando il controllore!" Tutti gli statistici corsero alla più vicina toilette e si chiusero dentro.
Il controllore, vedendo che la toilette era occupata, bussò alla porta e disse: "Biglietto, prego!" La porta si socchiuse e spuntò una mano con il biglietto. Il controllore lo forò e lo restituì. Quando il controllore se ne fu andato gli statistici uscirono dalla toilette e andarono a sedersi tranquillamente, mentre i medici li osservavano sbalorditi.

Nel viaggio di ritorno i medici decisero di fare la stessa cosa e comprarono un solo biglietto. Gli statistici, invece, non ne comprarono neanche uno. I medici fecero notare ai loro compagni di viaggio che avrebbero dovuto pagare una multa, ma gli statistici risposero: "Abbiamo un nostro metodo".

Ad un certo punto, durante il viaggio, uno degli statistici esclamò: "Sta arrivando il controllore!" I medici corsero in una toilette e gli statistici in un'altra.
Uno degli statistici però, prima di raggiungere i suoi colleghi, bussò alla toilette dei medici e disse, imitando la voce del controllore: "Biglietto, prego!"

Morale:

I medici non devono mai fidarsi dei metodi degli statistici, a meno che non li conoscano molto molto ma davvero molto bene.