

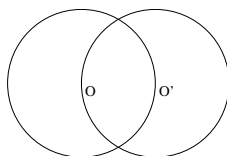
**Prova scritta del concorso a n. 2 borse di studio per la Matematica
Collegio delle Scienze "Luciano Fonda"**

Anno Accademico 2004/05

Trieste, 30 agosto 2004

Tema 3

1) Si considerino due cerchi dello stesso raggio r con centri O e O' distanti r . Calcolare l'area della regione che si ottiene dalla loro intersezione (cfr. figura).



2) Calcolare la 3000-esima cifra decimale di $5/7$.

3) Completare la seguente tabella di moltiplicazione dei numeri in base cinque (nel posto (m, n) va inserito il numero $m \times n$ in base cinque).

x	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

Siano A e B quei numeri naturali che in base cinque si rappresentano con 432 e 21. Riproducendo l'usuale procedimento per la moltiplicazione, calcolare il prodotto $A \times B$, sempre in base cinque.

4) Calcolare l'equazione cartesiana del luogo geometrico dei punti del piano la cui distanza dal punto $(0, 0)$ è λ volte la distanza dal punto $(1, 0)$ (dove $\lambda > 0$). Che tipo di curva si ottiene al variare di λ ?

5) Determinare, al variare di u e v nell'insieme \mathbb{R} dei numeri reali, tutte le soluzioni dell'equazione

$$x^3 + ux^2 + (v - u)x - (v + 1) = 0.$$

6) Dire per quali valori reali di x è definita la seguente espressione:

$$\frac{x}{1 - \log_2(2 - \sqrt{x})}$$

7) Si trattino brevemente le equazioni di secondo grado.