

**Prova scritta del concorso a n. 2 borse di studio per la matematica  
Collegio delle Scienze “Luciano Fonda”**

Anno Accademico 2003/04

Trieste, 1 settembre 2003

**Tema 3**

1. Con quali poligoni regolari uguali tra loro si può pavimentare il piano?

2. Trovare tutte le soluzioni reali dell'equazione:

$$(x^2 - 4x + 5)^{x^3 - 1} = 1.$$

3. Dire per quali valori reali di  $x$  è definita la seguente espressione:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1+|x|} - 2}} + 1.$$

4. Considerare la seguente operazione definita nell'intervallo aperto  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ :

$$x * y = \frac{x + y}{1 + 4xy}.$$

Dimostrare che essa è associativa e commutativa. Esiste un elemento neutro?

5. Commentare la figura rappresentata sul retro del foglio.

6. Il candidato esponga le proprietà della funzione esponenziale, evidenziando quelle che ritiene più significative.

7. La rappresentazione dei numeri interi in una base  $b \geq 2$ : esporre aspetti teorici ed eventualmente anche applicativi.