

## Programma del corso di **Analisi Matematica 1**

a.a. 2008/09

parte relativa ai 9 crediti comuni per i corsi di laurea in matematica e fisica

titolare del corso: prof. Daniele Del Santo

esercitatore: dott. Luca Rondi

### **Numeri reali.**

Numeri razionali. Assiomi dei numeri reali. L'assioma di continuita'. Maggioranti e minoranti, estremo superiore e inferiore. Teorema di esistenza dell'estremo superiore. Proprieta' dell'estremo superiore. Funzione valore assoluto e sue proprieta'. Disuguaglianza triangolare. Densita' dei razionali nei reali. Archimedeita' dei reali. Zeri di un polinomio, permanenza del segno per un polinomio, teorema degli zeri per un polinomio. Radici n-esime di numeri reali non negativi. Numeri naturali. Principio di induzione. I coefficienti binomiali e il teorema del binomio. Lo spazio  $\mathbf{R}_n$  : prodotto scalare, norma, distanza.

### **Cenni di topologia dei numeri reali.**

Intorni, insiemi aperti e chiusi. Punti di accumulazione e di chiusura. Frontiera di un insieme. Insieme derivato e caratterizzazione degli insiemi chiusi tramite il derivato. Il teorema di Cantor sugli intervalli inscatolati. Il teorema di Bolzano-Weierstrass. Spazi metrici (cenni): intorni, insiemi aperti, insiemi chiusi. Interno, chiusura e frontiera di un insieme in uno spazio metrico.

### **Limiti di successioni.**

Successioni di numeri reali. Definizione di limite, casi particolari di limiti finiti e infiniti. Sottosuccessioni. Prime proprieta' dei limiti: unicita', permanenza del segno. Teorema del confronto e dei due Carabinieri. Operazioni con i limiti. Teorema sul limite delle successioni monotone. Il limite fondamentale  $\lim (1+1/n)^n$  e il limite fondamentale  $\lim \sin(x_n)/x_n$  per  $x_n \rightarrow 0$ . Caratterizzazione dei chiusi tramite le successioni. Successioni e sottosuccessioni convergenti. Teorema di Weierstrass sulle successioni. Compatti di  $\mathbf{R}$  e loro caratterizzazione. Successioni di Cauchy. Completezza di  $\mathbf{R}$ .

### **Limiti di funzioni, funzioni continue**

Funzioni tra spazi metrici. Limite di una funzione tra spazi metrici. Operazioni con i limiti. Formula di cambiamento di variabile. Teorema dei due carabinieri. Limiti delle restrizioni: limite destro e sinistro. Funzioni monotone. Funzioni continue. Somma, differenza, prodotto, quoziente, composizione di funzioni continue. Il teorema degli zeri. Continuita' della funzione inversa. Potenze di base reale ed esponente intero e razionale. Potenze con esponente reale. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Le funzioni trigonometriche. Limiti notevoli per l'esponenziale, il logaritmo e le funzioni trigonometriche. Compattezza e funzioni continue. Massimi e minimi: il teorema di Weierstrass. Teorema di Heine.

### **Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale**

La derivata come limite del rapporto incrementale. Derivate successive. Regole di derivazione: somma, prodotto, quoziente, funzioni composte, inverse. Teoremi di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Regole di de l'Hopital. Caratterizzazione delle funzioni derivabili monotone, convesse e concave. Studi di funzione. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Analiticit  di alcune funzioni elementari.

### **Testi consigliati:**

G. Prodi, *Analisi Matematica* Ed. Boringhieri

E. Giusti, *Analisi Matematica 1* Ed. Boringhieri

E. Giusti, *Esercizi e Complementi di Analisi Matematica vol.1* Ed. Boringhieri

E. Acerbi, L. Modica, S. Spagnolo, *Problemi Scelti di Analisi Matematica 1* Ed. Liguori