

Programma preliminare del corso di
SISTEMI DINAMICI
CdL in Matematica

Dr. G. Tondo

Cenni storici alla Dinamica: Newton, Poincarè, Lorenz.

Equazioni differenziali ordinarie e sistemi dinamici. Spazio delle fasi e spazio delle fasi esteso.

Sistemi dinamici unidimensionali. Richiami sul teorema di esistenza, unicità e differenziabilità delle soluzioni rispetto ai dati iniziali.

1. **Sistemi autonomi.** Flusso. Soluzioni monotone e stazionarie. Orbite. Ritratto in fase. Punti di equilibrio: stabilità, instabilità e stabilità asintotica. Punti iperbolici. Teoremi di instabilità e stabilità asintotica. Modello di Malthus e modello logistico. Equivalenza topologica di sistemi dinamici. Biforcazione: nodo-sella, transcritica, a forchetta, isteresi, catastrofe. Studio locale della biforcazione. Sistemi dinamici su S^1 . Soluzioni periodiche, calcolo del periodo. Sincronizzazione.
2. **Mappe scalari.** Equazioni alle differenze finite e sistemi dinamici discreti unidimensionali. Mappe scalari autonome: semiorbite, punti fissi, stabilità e stabilità asintotica. Metodo grafico di risoluzione. Teorema di stabilità e sua interpretazione geometrica. Punti iperbolici e non iperbolici. Orbite periodiche. Biforcazione di punti fissi: raddoppio del periodo. Mappa logistica: diagramma di serie temporali e co-web. Biforcazione. Raddoppio del periodo in cascata. Finestre periodiche e ciclo di periodo 3. Caos. Teoremi di Sarkovskii e di Li-Yorke (senza dimostrazione).
3. **Sistemi non autonomi.** Soluzioni e spazio delle fasi esteso. Sistemi periodici e soluzioni. Stabilità e stabilità asintotica. Teorema di Massera. Mappa di Poincarè. Equazione logistica con migrazione periodica. Equivalenza con sistemi bidimensionali autonomi.

Sistemi dinamici multidimensionali. Sistemi di equazioni differenziali ordinarie di ordine n e sistemi dinamici multidimensionali.

1. **Sistemi non lineari.** Pendolo, Lotka-Volterra, Van der Pol. Ritratto in fase del pendolo: curve di livello dell'energia, orbite chiuse, aperte, separatrici. Soluzioni periodiche e orbite chiuse. Punti e insiemi limite. Integrali primi locali e globali. Ritratto in fase del sistema di Lotka-Volterra. Effetto "pesca". Stabilità dell'equilibrio e stabilità asintotica. Funzione e teorema di Liapunov. Sistemi meccanici a vincoli olonomi, lisci, fissi, forze conservative e dissipative. Teorema di stabilità di Dirichlet-Lagrange. Stabilità e stabilità asintotica orbitale. Sezione e mappa di Poincarè di un'orbita chiusa. Ciclo limite. Criterio di Bendixson. Teoremi di Poincaré-Bendixson (senza dimostrazione).
2. **Sistemi lineari.** Linearizzazione. Stabilità della linearizzazione e coniugazione topologica. Teorema di Hartman-Grobman (senza dimostrazione). Generalità sui sistemi dinamici lineari. Stabilità dell'origine: pozzi, sorgenti, selle, fuochi, centri. Classificazione dei sistemi lineari piani.

Testi consigliati

S. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Westview (1994).

J. Hale, H. Koçac, *Dynamics and Bifurcations*, Springer-Verlag (1991).

M.W. Hirsch, S. Smale, R.L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos*, Academic Press (2004).