

PROGRAMMA DEL CORSO
MAT 05 - APPLICAZIONI DELL' ANALISI MATEMATICA
A.A. 2008/09
PROF. G. ALESSANDRINI

Buona posizione secondo Hadamard ed esempi di problemi non ben posti.

Problemi mal posti per operatori lineari compatti in spazi di Hilbert. Operatori regolarizzanti. Strategia ammissibile. Scomposizione in valori singolari (SVD). Costruzione di operatori regolarizzanti tramite SVD. Esempio sul problema della derivazione. Filtri regolarizzanti, stime di convergenza sotto limitazioni a-priori sull'incognita. Discussione sugli esempi della derivazione e del problema di Cauchy per l'equazione di Laplace con diverse limitazioni a-priori. Metodo dei minimi quadrati, pseudosoluzione, pseudoinverso. Minimi quadrati regolarizzati. Criterio di discrepanza di Morozov. Minimi quadrati regolarizzati, versione estesa. Modulo di convergenza, modulo di continuità e loro relazioni.

Trasformata di Radon e tomografia ai raggi X. Trasformata di Fourier, richiami. Regole di calcolo, operatori duali, retroproiezioni. Potenziali di Riesz. Trasformata di Hilbert. Formule di inversione, stime in spazi di Sobolev.

Equazioni ellittiche in forma di divergenza. Inquadramento funzionale dei problemi di Dirichlet, Neumann e Cauchy in forma debole. Unicità per il problema di Cauchy e proprietà debole di unicità del prolungamento (WUCP). Proprietà forte di unicità del prolungamento (SUCP) ed esempio di Pliš. Armoniche sferiche, richiami. Disuguaglianza delle tre sfere e doubling per funzioni armoniche. Funzione frequenza e disuguaglianza delle tre sfere per equazioni ellittiche.

Tomografia da impedenza elettrica, il problema di Calderón e varianti. Esempio di Tartar. Un esempio di instabilità. Riduzione all'equazione di Schrödinger. Costruzione di soluzioni dell'ottica geometrica per l'equazione di Schrödinger. Stabilità nella determinazione del coefficiente nell'equazione di Schrödinger dalla corrispondente mappa D-N. Richiami sulla soluzione fondamentale per equazioni ellittiche. Stabilità per i valori al bordo della conduttività e delle sue derivate.

Testi di riferimento

Isakov, Victor, *Inverse problems for partial differential equations*. Second edition. Applied Mathematical Sciences, 127. Springer, New York, 2006.

Kirsch, Andreas, *An introduction to the mathematical theory of inverse problems*. Applied Mathematical Sciences, 120. Springer-Verlag, New York, 1996.

Natterer, F., *The mathematics of computerized tomography*. B. G. Teubner, Stuttgart; John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1986.