

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

16 settembre 2013

A. Si consideri l'endomorfismo ϕ di \mathbb{E}^4 definito da:

$$\phi((x, y, z, t)) = \left(-x - z, -\frac{1}{2}y + \frac{3}{2}t, -x - z, \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}t \right)$$

Posta \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{E}^4 , determinare:

1)	la matrice $M_{\phi}^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$	
2)	una base di $\ker(\phi)$	
3)	una base di $\text{Im}(\phi)$	
4)	gli autovalori di ϕ con le relative molteplicità	
5)	gli autospazi di ϕ con relative basi	
6)	se ϕ è semplice (motivare nello svolgimento)	
7)	se ϕ è autoaggiunto (motivare nello svolgimento)	

B. Dati in \mathbb{E}^3 la retta $s : (x, y, z) = \left(\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right) + \lambda(1, 1, 0)$ e i punti $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 1, 1)$, determinare:

8)	l'equazione vettoriale della retta r passante per A e B e la posizione reciproca di r e s	
9)	le equazioni cartesiane dei piani π_A e π_B contenenti s e passanti per A e B , rispettivamente.	
10)	l'equazione cartesiana del fascio improprio \mathcal{F} dei piani ortogonali a s	
11)	l'equazione cart. del piano $\sigma \in \mathcal{F}$ passante per A , verificando (nello svolgimento) che $B \in \sigma$	
12)	il punto $C = \sigma \cap s$ e l'area del triangolo di vertici A, B, C	