COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* □ **Landi** □ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

8 gennaio 2013

A. Dato l'endomorfismo ϕ di $\mathbb{E}^4$ definito da:

$$\phi((x, y, z, t)) = (x + y + t, x + 2y, z, x + z + 2t)$$

e posta $\mathcal{E}$ la base canonica, determinare:

1)	la matrice $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$	
2)	una base del nucleo $\ker(\phi)$	
3)	gli autovalori di ϕ, con le rispettive molteplicità	
4)	gli autospazi di ϕ	
5)	se ϕ è semplice e/o autoaggiunto (*motivare nello svolgimento*)	

B. Dati il punto P e il piano π di $\mathbb{E}^3$, dove $P = (1, 2, 1)$ e $\pi :\ 2x - 2y + 2z - 3 = 0$, determinare

6)	l'equazione vettoriale della retta t passante per P e ortogonale a π	
7)	il punto P' simmetrico di P rispetto a π (*cioè* (*il punto di t che ha la stessa distanza di P da π*)	
8)	i piani σ e σ' passanti per P e P', rispettivamente, e paralleli a π	
9)	il fascio di piani $\mathcal{F}_t$ di sostegno t	
10)	il piano di $\mathcal{F}_t$ parallelo al vettore $v = (1, 0, 1)$	

C. Data la conica Γ di equazione $x^2 + 4xy + y^2 + 2x - 1 = 0$, determinare

11)	le matrici A (della forma quadratica) e B (dei coefficienti) associate alla conica	
12)	la matrice ortogonale speciale P che diagonalizza A	
13)	l'equazione di Γ nel sistema di riferimento ottenuto dopo la rotazione associata a P	
14)	una forma canonica di Γ (*usando la risposta 13* (*e il Metodo del completamento dei quadrati*)	