COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

4 giugno 2013

A. Sia data la base $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ di $\mathbb{E}^4$, dove

$$v_1 = (1, 1, 0, 0), \quad v_2 = (1, -1, 0, 0), \quad v_3 = (0, 0, 1, 1), \quad v_4 = (0, 0, 1, -1)$$

e sia $\mathcal{E}$ la base canonica. Si consideri l'endomorfismo ϕ di $\mathbb{E}^4$ definito da:

$$\phi(v_1) = -2v_1, \quad \phi(v_2) = 0, \quad \phi(v_3) = v_3, \quad \phi(v_4) = -2v_4.$$

Determinare:

1)	la matrice $M_\phi^{\mathcal{B},\mathcal{B}}$		2)	la matrice $M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$	

3)	una base di $\ker(\phi)$ i cui vettori siano espressi su $\mathcal{E}$	
4)	una base di $\mathrm{Im}(\phi)$ i cui vettori siano espressi su $\mathcal{E}$	
5)	gli autovalori di ϕ con le relative molteplicità	
6)	gli autospazi di ϕ con basi espresse su $\mathcal{E}$	
7)	se ϕ è semplice (*motivare nello svolgimento*)	
8)	se ϕ è autoaggiunto (*motivare nello svolgimento*)	

B. Dati il punto P e la retta r di $\mathbb{E}^3$, dove $P = (-1, 1, 3)$ e $r: \ (x, y, z) = (-1, 1, 0) + \lambda(1, 1, 2)$, determinare

9)	le equazioni cartesiane dei due piani π e σ tra loro ortogonali e tali che $\pi \cap \sigma = r$ e $P \in \pi$	
10)	il punto P_0 proiezione ortogonale di P su r	
11)	la retta $s \subset \sigma$ passante per P_0 e ortogonale a r (*in equazione vettoriale*)	
12)	i punti $Q, Q' \in s$ tali che il triangolo PQQ' sia equilatero.	