COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

1 febbraio 2013

A. Dato l'endomorfismo ϕ di $\mathbb{E}^4$ definito da: $f(x,y,z,t) = (4x-3z+3t, 4y-3z-3t, -z+t, z-t)$, determinare:

1)	una base per $\ker(\phi)$	
2)	una base per $\mathrm{Im}(\phi)$	
3)	gli autovalori di ϕ, con le rispettive molteplicità	
4)	gli autospazi di ϕ	
5)	se ϕ è semplice e/o autoaggiunto (*motivare nello svolgimento*)	

B. In $\mathbb{E}^3$ siano dati le rette sghembe $r : \begin{cases} x+z = 0 \\ 2x+y = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x-z+2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ e il punto $S = (-1,0,1) \in s$. Determinare:

6)	le equazioni vettoriali di r e s	
7)	l'equazione cartesiana del piano π_r contenente r e parallelo a s	
8)	l'equazione cartesiana del piano π_s contenente s e parallelo a r	
9)	il punto R proiezione ortogonale di S su r	
10)	che la retta t per R e S è ortogonale a r e a s	NELLO SVOLGIMENTO
11)	la distanza $d(R,S)$ e provare che coincide con $d(r,s)$	$d(R,S) =$ + SVOLGIMENTO

C. Dato il sistema lineare con parametro reale λ:

$$\Sigma_\lambda : \begin{cases} x+y-2z & = \lambda - 1 \\ (\lambda-1)y + (\lambda-1)z & = 0 \\ \lambda x + \lambda y & = 0 \end{cases}$$

poste A_λ e (A_λ, B_λ) le matrici associate a tale sistema, determinare:

12)	i ranghi $\mathrm{rk}(A_\lambda)$ e $\mathrm{rk}(A_\lambda, B_\lambda)$ al variare di λ in $\mathbb{R}$	
13)	il numero di soluzioni di Σ_λ al variare di λ in $\mathbb{R}$	
14)	i valori per cui Σ_λ è omogeneo e, in tali casi, det. una base per lo spazio delle soluzioni	