

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

27 gennaio 2012

A. Si considerino i sottospazi vettoriali W_1 e W_2 di E^4 dati da

$$W_1 := \mathcal{L}(v_1, u_1, w_1), \quad W_2 := \mathcal{L}(v_2, u_2) \quad \text{dove}$$

$$v_1 = (1, 0, 1, -1), \quad u_1 = (1, 1, 0, 1), \quad w_1 = (2, 1, 1, 0), \quad v_2 = (0, 1, -1, 2), \quad u_2 = (1, 1, 0, 0).$$

Determinare:

1) una base di W_1 .

2) una base di $W_1 \cap W_2$.

3) una base ortonormale di $W_1 + W_2$.

B. Dato l'endomorfismo ϕ di \mathbb{E}^4 definito da: $f(x, y, z, t) = (x - y, -x + y, \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}y - z, \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}y - t)$, determinare:

4) gli autovalori di ϕ , con relative molteplicità.

5) una base per ogni autospazio di ϕ .

6) se ϕ è semplice e/o autoaggiunto.

7) una base di $\text{Im}(\phi)$.

C. Date le rette r e s di \mathbb{E}^3 , dove $r : \begin{cases} x - y & = & 0 \\ x + z - 1 & = & 0 \end{cases}$ e $s : (x, y, z) = (0, 1, 1) + \lambda(-1, 1, 2)$, determinare:

8) la posizione reciproca di r e s (compresa eventuale ortogonalità).

9) l'equazione cartesiana del piano π_r contenente r e parallelo a s .

10) l'equazione cartesiana del piano π_s contenente s e parallelo a r .

11) la distanza $d(\pi_r, \pi_s)$ tra i due piani e la distanza $d(r, s)$ tra le due rette.

NOTA BENE:

- Risolvere in maniera più chiara e concisa possibile.
- Riportare, ove lo spazio lo consenta, la risposta "numerica" ACCANTO alla rispettiva domanda.
- Nello svolgimento, evidenziare il NUMERO della domanda a cui si sta rispondendo e il RISULTATO.
- Compiti particolarmente confusi non saranno corretti.
- Il voto massimo di questa prova è 26/30.