

COGNOMENOME
CORSO: (barrare la casella corrispondente) Landi Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
25 giugno 2012

A. Si consideri l'insieme di vettori $I \subset \mathbb{R}^4$ definito da $I := \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dove
 $v_1 = (1, 0, 1, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1, -1)$, $v_3 = (1, 1, 2, 0)$, $v_4 = (1, -2, -1, 3)$.
Posto $W := \mathcal{L}(I)$ il sottospazio di \mathbb{R}^4 generato da I , determinare:

-
- 1) una base \mathcal{B} di W tale che $\mathcal{B} \subseteq I$.
-
- 2) una base \mathcal{C} di \mathbb{R}^4 che sia il completamento di \mathcal{B} .
-
- 3) un sottospazio T di \mathbb{R}^4 tale che $W \oplus T = \mathbb{R}^4$.
-

B. Si consideri l'endomorfismo ϕ di \mathbb{E}^3 la cui matrice associata rispetto alla base \mathcal{B} è $M_{\phi}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$,
dove $\mathcal{B} = ((1, 1, 0), (1, -1, 0), (0, 0, -1))$. Posta \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{E}^3 , determinare:

4) una base ortonormale \mathcal{C} di \mathbb{E}^3 costituita da autovettori di ϕ .

5) la matrice ortogonale $M^{\mathcal{C}, \mathcal{E}}$ 6) la matrice $M^{\mathcal{E}, \mathcal{C}}$ (usando la risposta 5) 7) la matrice $M_{\phi}^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$.

$$M^{\mathcal{C}, \mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \quad M^{\mathcal{E}, \mathcal{C}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \quad M_{\phi}^{\mathcal{E}, \mathcal{E}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

8) gli autovalori di ϕ , con relative molteplicità.

C. Date in \mathbb{E}^3 le rette $r : (x, y, z) = (1, 2, 1) + \lambda(1, 2, 1)$ e $s : (x, y, z) = (-2, -1, 1) + \mu(2, 1, -1)$, determinare:

9) il punto $P = r \cap s$.

10) i punti A, C di r e i punti B, D di s che distano $\sqrt{6}$ da P .

11) che i punti A, B, C, D sono i vertici di un rettangolo. (SVOLGIMENTO)

12) l'equazione cartesiana del piano che contiene il rettangolo.

NOTA BENE:

- Risolvere in maniera più chiara e concisa possibile.
- Riportare, ove lo spazio lo consenta, la risposta "numerica" ACCANTO alla rispettiva domanda.
- Nello svolgimento, evidenziare il NUMERO della domanda a cui si sta rispondendo e il RISULTATO.
- Compiti particolarmente confusi non saranno corretti.
- Il voto massimo di questa prova è 26/30.