

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

13 gennaio 2012

A. Dato il seguente sistema lineare con il parametro reale λ , di matrici associate A_λ e (A_λ, B_λ) ,

$$\Sigma_\lambda : \begin{cases} x & - & z & & = & \lambda \\ \lambda x & + & y & + & 2z & + & t & = & 0 \\ & & y & + & 3z & & & = & \lambda \\ x & & & + & z & + & \lambda t & = & 0 \end{cases}$$

determinare:

1) $\text{rk}(A_\lambda)$ e $\text{rk}(A_\lambda, B_\lambda)$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$.

2) per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il sistema Σ_λ è risolubile.

3) lo spazio delle soluzioni di Σ_1 .

4) per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il sistema Σ_λ è omogeneo e, in questi casi, le sue soluzioni.

B. Dato l'endomorfismo f di \mathbb{R}^3 definito da: $f(x, y, z) = (2x + z, 2y + z, x + y + z)$, determinare:

5) se il vettore $v = (1, 1, -1)$ appartiene a $\ker(f)$.

6) gli autovalori di f , con relative molteplicità.

7) gli autospazi di f .

8) una base ortonormale di autovettori di f .

C. Dati il punto P e la retta r di \mathbb{E}^3 , dove $P = (1, 2, 1)$ e $r : \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases} :$

9) determinare il piano π_1 passante per P e ortogonale a r .

10) determinare il piano π_2 passante per P e contenente r .

11) verificare che i piani π_1 e π_2 sono ortogonali.

12) determinare il piano π_3 passante per P e ortogonale sia a π_1 che a π_2 .

NOTA BENE:

- Risolvere in maniera più chiara e concisa possibile.
- Riportare, ove lo spazio lo consenta, la risposta "numerica" accanto alla rispettiva domanda.
- Nello svolgimento, evidenziare il numero della domanda a cui si sta rispondendo e il risultato.
- Compiti particolarmente confusi non saranno corretti.
- Il voto massimo di questa prova è 26/30.