COGNOME .... NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

11 settembre 2012

A. Si consideri il sottospazio vettoriale di E^4 definito da $W := \mathcal{L}(v_1, v_2)$ dove

$$v_1 = (0, 0, 1, 1), \quad v_2 = (1, 0, 2, -1).$$

Determinare:

1) il sottospazio $W^\perp$

2) una base (v_3, v_4) di $W^\perp$

3) posta $\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4)$, ortonormalizzare la base $\mathcal{B}$.

B. Dato l'endomorfismo ϕ di $\mathbb{E}^3$ definito da: $\phi((x, y, z)) = (2z, y, 2x)$, determinare:

4) gli autovalori di ϕ, con relative molteplicità

5) una base per ogni autospazio di ϕ

6) se ϕ è autoaggiunto *(svolgimento)* 7) se ϕ è iniettivo *(svolgimento)* 8) $\mathrm{Im}(\phi)$

9) una base ortonormale di autovettori di ϕ.

C. Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino i due punti $A = (0, -5, 0)$ e $C = (1, 0, 1)$ e il piano $\pi_A :\ 2x + y + 2z + 5 = 0$ contenente il punto A. Determinare:

10) l'equazione cartesiana del piano π_C passante per C e parallelo a π_A

11) il punto B che sia la proiezione ortogonale di C su π_A

12) il punto $D \in \pi_C$ tale che $ABCD$ sia un rettangolo e determinarne l'area.

NOTA BENE:

- *Risolvere in maniera più chiara e concisa possibile.*
- *Riportare, ove lo spazio lo consenta, la risposta "numerica" ACCANTO alla rispettiva domanda.*
- *Nello svolgimento, evidenziare il NUMERO della domanda a cui si sta rispondendo e il RISULTATO.*
- *Compiti particolarmente confusi non saranno corretti.*
- *Il voto massimo di questa prova è 26/30.*