COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

6 giugno 2012

A. Si consideri il sottospazio vettoriale di E^4 definito da $W := \mathcal{L}(v_1, v_2)$ dove

$$v_1 = (1, 1, 0, 0), \quad v_2 = (2, -1, 1, 0).$$

Determinare:

1) il sottospazio $W^\perp$;

2) una base (v_3, v_4) di $W^\perp$;

3) posta $\mathcal{B} := (v_1, v_2, v_3, v_4)$, ortonormalizzare la base $\mathcal{B}$.

B. Dato l'endomorfismo ϕ di $\mathbb{E}^4$ definito da: $\phi((x, y, z, t)) = (2z, y, 2x, t)$, determinare:

4) gli autovalori di ϕ, con relative molteplicità.

5) una base per ogni autospazio di ϕ.

6) se ϕ è autoaggiunto. (SVOLGIMENTO) 7) se ϕ è iniettivo. (SVOLGIMENTO)

8) la controimmagine $\phi^{-1}((1, 1, -1, -1))$.

C. Dati il punto V, il piano π e il punto $B \in \pi$ in $\mathbb{E}^3$, dove $V = (3, -3, -3)$, $\pi:\ x - y - z = 0$ e $B = (1, 1, 0)$, determinare:

9) il punto A, proiezione ortogonale di V su π.

10) l'equazione vettoriale della retta s per A e B.

11) l'equazione vettoriale della retta $r \subset \pi$, $r \perp s$ e $r \ni A$.

12) i punti C e C' di π tali che i triangoli ABCe ABC' siano rettangoli in A e isosceli.

NOTA BENE:
- Risolvere in maniera più chiara e concisa possibile.
- Riportare, ove lo spazio lo consenta, la risposta "numerica" ACCANTO alla rispettiva domanda.
- Nello svolgimento, evidenziare il NUMERO della domanda a cui si sta rispondendo e il RISULTATO.
- Compiti particolarmente confusi non saranno corretti.
- Il voto massimo di questa prova è 26/30.