

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE A
13 giugno 2011

Si consideri la base ortonormale \mathcal{B} di E^3 costituita dai vettori

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0), \quad v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0), \quad v_3 = (0, 0, 1)$$

e l'endomorfismo $\phi: E^3 \rightarrow E^3$ tale che $M_{\phi}^{\mathcal{B}, \mathcal{B}} = A$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Posta $\mathcal{E} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonica di E^3 , determinare:

- 1) le immagini dei vettori di \mathcal{E} , cioè $\phi(e_1), \phi(e_2), \phi(e_3)$, espresse sulla base canonica;
- 2) la matrice $M_{\phi}^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
- 3) una base di $\ker(\phi)$ i cui vettori siano espressi in base \mathcal{E} ;
- 4) una base di $\text{Im}(\phi)$ i cui vettori siano espressi in base \mathcal{E} ;
- 5) gli autovalori di ϕ con relative molteplicità;
- 6) gli autospazi di ϕ con relative basi;
- 7) se ϕ è semplice (**SOLO nello svolgimento**);
- 8) se ϕ è autoaggiunto (**SOLO nello svolgimento**);
- 9) che $\ker(\phi)$ e $\text{Im}(\phi)$ sono ortogonali (**SOLO nello svolgimento**);
- 10) la controimmagine del vettore $(1, 1, 0)$.

RISPOSTE

$\phi(e_1) =$

1) $\phi(e_2) =$

2)

$\phi(e_3) =$

3)

4)

5)

6)

7) svolg.

8) svolg.

9) svolg.

10)

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE B

13 giugno 2011

Nello spazio affine euclideo \mathbb{E}^3 si considerino le rette r e s e il punto P dove:

$$r : (x, y, z) = (1, -1, -1) + \lambda(1, -1, 0), \quad s : \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ 2y - z + 1 = 0 \end{cases}, \quad P = (1, 1, -2).$$

Determinare:

- 1) che r e s sono ortogonali e incidenti (**SOLO nello svolgimento**) e il loro punto di intersezione A ;
- 2) l'equazione vettoriale della retta t ortogonale sia ad r che ad s e passante per P ;
- 3) che r e t sono incidenti (**SOLO nello svolgimento**) e il loro punto di intersezione B ;
- 4) che t ed s sono sghembe (**SOLO nello svolgimento**);
- 5) la distanza $d(t, s)$ tra le rette t ed s ;
- 6) le equazioni cartesiane dei piani contenenti (ciascuno) almeno due tra le rette r, s, t .

RISPOSTE

1) $A =$

2)

3) $B =$

4) svolg.

5)

6)
