COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE A

13 gennaio 2011

Si consideri l'endomorfismo $\phi: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ definito da:

$$\phi((x, y, z, t)) = (3x, 2y + t, 2z + t, y + z + t)\,.$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^4$, determinare:
1) la matrice $A = M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) gli autovalori di ϕ con le relative molteplicità;
3) gli autospazi di ϕ;
4) che $\ker(\phi)$ è ortogonale a $\mathrm{Im}(\phi)$ **(SOLO nello svolgimento)**;
5) che ϕ è semplice **(SOLO nello svolgimento)**;
6) che ϕ è autoaggiunto **(SOLO nello svolgimento)**;
7) una matrice diagonale Δ simile ad A;
8) una matrice ortogonale P che diagonalizza A in Δ.

RISPOSTE

---

1) 2)

---

3)

---

4) nello svolgimento 5) nello svolgimento 6) nello svolgimento

---

7) 8)

COGNOME ....NOME ....

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

PARTE B

13 gennaio 2011

Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino il piano π_1 e i punti A e P dove:

$$\pi_1 : \; x + y - z = 0, \quad A = (1, 1, -1), \quad P = (0, 1, 1).$$

Determinare:
1) l'equazione PARAMETRICA della retta r ortogonale a π_1 e passante per A;
2) l'equazione CARTESIANA del piano π_2 contenente r e passante per P;
3) che i piani π_1 e π_2 sono ortogonali (nello svolgimento);
4) l'equazione CARTESIANA del piano π_3 contenente r e ortogonale π_2;
5) il punto di intersezione dei 3 piani π_1, π_2, π_3;
6) l'equazione PARAMETRICA della retta $t := \pi_1 \cap \pi_3$;
7) un punto $B \in t$ tale che il triangolo AOB sia isoscele, dove O denota l'origine.

RISPOSTE

1) 2)

3) (svolgimento) 4) 5)

6) 7)