COGNOME ........................................ NOME ..........................................

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

# PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
## PARTE A

19 settembre 2011

Si consideri l'endomorfismo $\phi : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ definito da:

$$\phi((x, y, z, t)) = (2x + z, 2y + z, x + y + z, 0)\,.$$

Posta $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^4$, determinare:
1) la matrice $A = M_\phi^{\mathcal{E},\mathcal{E}}$;
2) gli autovalori di $\phi$ con le relative molteplicità;
3) gli autospazi di $\phi$;
4) se $\phi$ è autoaggiunto **(motivazioni nello svolgimento)**;
5) se $\phi$ è semplice **(motivazioni nello svolgimento)**;
6) se $\ker(\phi)$ è ortogonale a $\mathrm{Im}(\phi)$ **(motivazioni nello svolgimento)**;
7) una matrice diagonale $\Delta$ simile ad $A$;
8) una matrice ortogonale $P$ che diagonalizza $A$ in $\Delta$.

RISPOSTE

---

1) 2)

---

3)

---

4) (svolgimento) 5) (svolgimento) 6) (svolgimento)

---

7) 8)

---

COGNOME .......................................... NOME ..........................................

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)* ☐ **Landi** ☐ **Brundu**

# PROVA SCRITTA di GEOMETRIA

**PARTE B**

19 settembre 2011

Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$ si considerino le rette $r$ e $s$ e il punto $P$ dove:

$$r : \begin{cases} x+1=0 \\ y+z=0 \end{cases}, \quad s : (x,y,z) = (1,2,0) + \lambda(2,1,1), \quad P = (-2,1,1).$$

Determinare:
1) la posizione reciproca di $r$ e $s$ e il loro punto di intersezione $A$;
2) l'equazione vettoriale della retta $t$ ortogonale sia ad $r$ che ad $s$ e passante per $P$;
3) la posizione reciproca di $r$ e $t$ e il loro punto di intersezione $B$;
4) la posizione reciproca di $t$ ed $s$ (ed eventuale intersezione);
5) la distanza $d(t,s)$ tra le rette $t$ ed $s$;
6) il punto $Q$ tale che $ABPQ$ sia un rettangolo.

RISPOSTE

---

1) 2)

---

3) 4) 5)

---

6)

---