

COGNOMENOME

CORSO: *(barrare la casella corrispondente)*

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE A
31 maggio 2010

Si consideri l’applicazione lineare

$$\phi : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4 \quad \text{definita da:} \quad (x, y, z, t) \mapsto (-x - y, -x - y, z - t, -z + t).$$

Posta \mathcal{E} la base canonica di \mathbb{R}^4 , determinare:

- 1) la matrice $M_\phi^{\mathcal{E}, \mathcal{E}}$;
- 2) una base \mathcal{C} di $\ker(\phi)$;
- 3) gli autovalori di ϕ e le relative molteplicità;
- 4) gli autospazi di ϕ e relative basi;
- 5) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è semplice ;
- 6) una base \mathcal{D} di $\text{Im}(\phi)$ costituita da autovettori;
- 7) che $\mathcal{B} := \mathcal{C} \cup \mathcal{D}$ è una base di \mathbb{R}^4 costituita da autovettori di ϕ (verificare NELLO SVOLGIMENTO) ;
- 8) la matrice di cambio base $M^{\mathcal{B}, \mathcal{E}}$;
- 9) la matrice $M_\phi^{\mathcal{B}, \mathcal{B}}$;
- L – 10) (verificare NELLO SVOLGIMENTO) che ϕ è autoaggiunto;
- L – 11) una base ortonormale \mathcal{F} di \mathbb{R}^4 costituita da autovettori di ϕ .

N.B. Le domande contrassegnate con L- sono solo per gli studenti del corso Landi.

RISPOSTE

1) $M_\phi^{\mathcal{E}, \mathcal{E}} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$ 2) $\mathcal{C} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

3) $\left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

4) $\left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

6) $\mathcal{D} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

8) $M^{\mathcal{B}, \mathcal{E}} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$ 9) $M_\phi^{\mathcal{B}, \mathcal{B}} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

L – 11) $\mathcal{F} = \left(\begin{array}{cccc} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right)$

NELLO SVOLGIMENTO:

(5)

(7)

(L – 10)

COGNOMENOME

CORSO: (barrare la casella corrispondente)

Landi

Brundu

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
PARTE B

31 maggio 2010

Nello spazio affine euclideo \mathbb{E}^3 si considerino la retta r , il punto $A \in r$ e il punto $P \notin r$ dove:

$$r : \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}, \quad A = (1, 2, 0), \quad P = (0, 1, 1).$$

Determinare:

- 1) l'equazione cartesiana del piano π contenente r e P ;
- 2) il punto $B \in r$ tale che il triangolo APB sia rettangolo in P ;
- 3) il punto $Q \in \pi$ tale che i punti A, P, B, Q siano i vertici di un rettangolo;
- 4) i punti $S_1, S_2 \in \pi$ tali che A, P, B, S_1 (rispettivamente: A, P, B, S_2) siano i vertici di un parallelogramma non rettangolo;
- B - 5) la distanza del punto P dalla retta r ;
- B - 6) l'area e il perimetro del triangolo APB .

N.B. Le domande contrassegnate con B- sono solo per gli studenti del corso Brundu.

RISPOSTE

1) $\pi :$ 2) $B = (\quad)$

3) $Q = (\quad)$ 4) $S_1 = (\quad)$ $S_2 = (\quad)$

B - 5) $d(P, r) =$ B - 6) Area = Perimetro =
